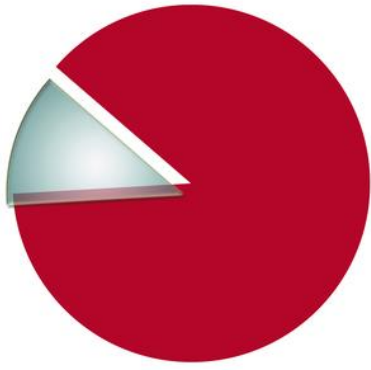
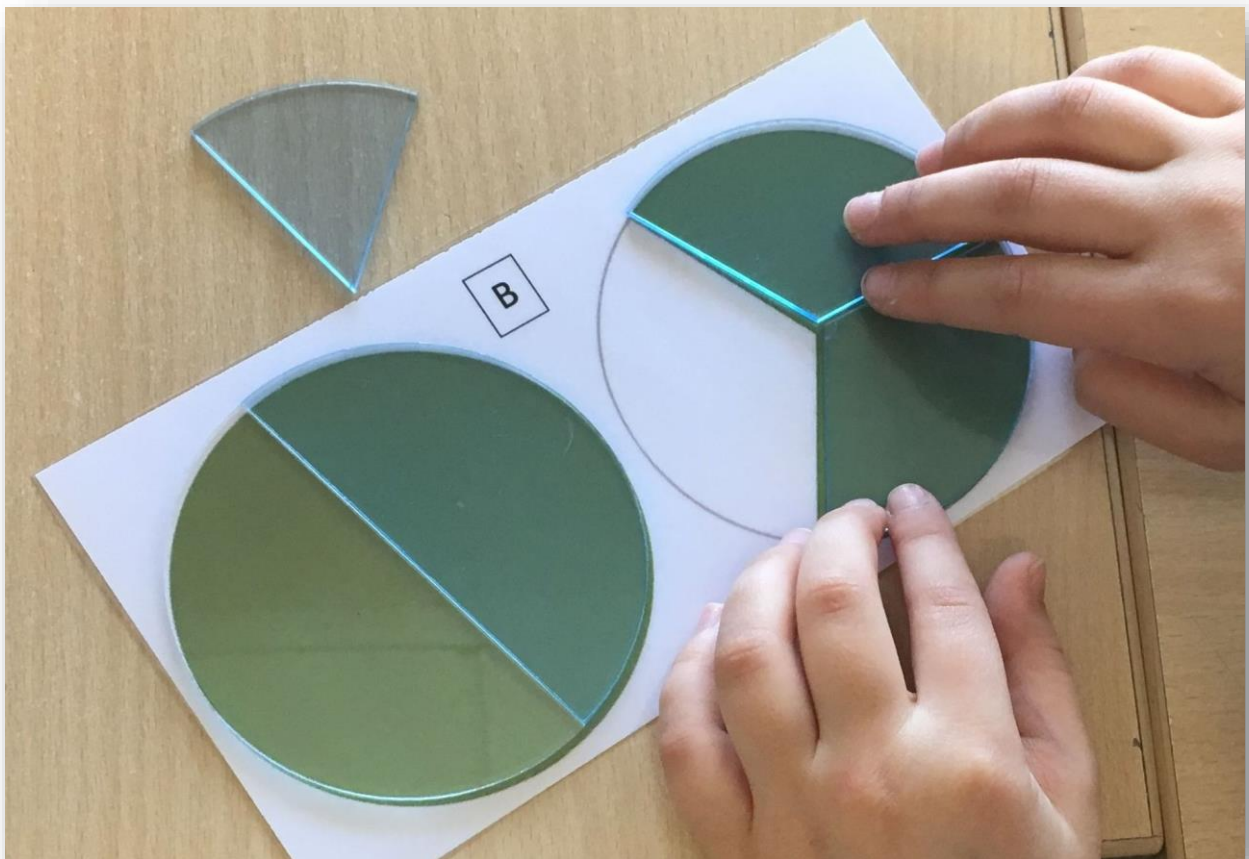




KLÁSMA

COMPRENDRE LES FRACTIONS

Situations - Fractions



Mise à jour : 12 novembre 2021



Présentation du projet

Dans ce document, nous souhaitons apporter des éléments pédagogiques et didactiques aux professeurs de cycle 3 qui enseignent les fractions. Notre priorité est de permettre aux élèves de manipuler du matériel, de leur donner le temps de se représenter les fractions et de construire du sens en appui sur un langage en contexte.

Dans un cadre de formation de type recherche / action, nous avons alors invité des enseignants volontaires à participer à des groupes de travail, pour mettre en œuvre dans leur classe les situations pédagogiques que nous leur proposons. Chaque fois que cela a été possible, nous sommes allés filmer des séances et échanger avec les enseignants sur les choix didactiques, les modalités pédagogiques, les gestes professionnels, les consignes, les temps de synthèse, le rôle du langage oral et du langage écrit...

Afin de mettre en œuvre la fabrication du projet et d'optimiser son coût, nous avons fait appel aux structures de transfert de technologie.

C'est la Plateforme technologique "Microtechnique Prototypage" hébergée par les lycées Edgar Faure de Morteau et Jules Haag de Besançon qui a coordonné de la partie production. M Francis PLACHTA, chargé de projet sur cette plateforme a été notre principal interlocuteur depuis le départ, il a réalisé les prototypes puis, aidé de M. Fabien Serio (professeur au lycée J. Haag) a produit les premiers kits en découpe laser.

Devant la quantité de pièces à produire, nous nous sommes tournés vers l'injection plastique accompagnés en cela par l'entreprise « Besson » qui a pris en charge la production des pièces.

L'usinage du moule a été confié à une seconde structure de transfert de technologie, la Plateforme Technologique UGV (Usinage à Grande Vitesse), Hébergée par le lycée Edouard BELIN à Vesoul.

Enfin, nous avons trouvé un nouveau partenaire pour faire face à la production en grandes séries. L'entreprise bisontine d'insertion par l'activité économique GARE BTT, va se charger de la production de pièces par découpe laser, de la gestion des commandes et de l'envoi des kits pédagogiques.



Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE



Nous en profitons pour remercier l'ensemble de nos partenaires sans qui ce projet n'aurait pu aboutir :

- Tous les enseignants des groupes de travail des circonscriptions de Besançon 2 et Besançon 3.
- Francis Plachta – Plateforme microtechnique – Lycée E. Faure – Morteau / Lycée Jules Haag – Besançon.
- Alain Gamiche – Plateforme UGV – Lycée E. Belin – Vesoul
- Gare BTT :
 - Martine Baeza – Directrice.
 - Jean-Paul Gaume – Président du conseil d'administration.
 - Dimitri Guri – Responsable du site BTTm.
 - Jean-Louis Genest - Administrateur de Gare BTT membre du CA de la ligue de l'enseignement.
- Sébastien Bertrand – Responsable de production - Entreprise de plasturgie « Besson » - Noidans-lès-Vesoul.
- Sylvain Renault, ERUN Besançon 3 - Développement du site Internet.

Mais aussi :

- Bernard Bettinelli qui nous a généreusement cédé la carcasse de son moule.
- Nelly Desjardin qui nous a fait profiter de ses talents de couturière.
- Jérôme David pour son programme de recherche exhaustive des décompositions de fractions.
- Claire et Christophe Muel ainsi qu'Emma Pasteur qui ont guidé nos choix artistiques.

Notre projet est soutenu par l'Education nationale à travers le PARDIE qui nous a accordé des subventions pour le caractère innovant de notre travail pédagogique.

Contacts :



Adresse :

2 le clos des hauts prés 25720 Pugey

Mail : mathiereapenser@free.fr

Site Internet : <http://mathiereapenser.fr>

Situations - Fractions

Introduction :

L'objet de ce document est de proposer un ensemble de situations dont l'enjeu didactique est de permettre à l'élève de cycle 3 de construire le concept de fraction simple. Les situations présentées doivent être répétées, en multipliant les exemples afin que les élèves puissent bénéficier d'une expérience forte basée sur la manipulation et la mise à distance de fractions de l'unité.

L'objet de cette manipulation est de développer chez les élèves des représentations mentales qui vont soutenir des capacités langagières et de communication puis d'abstraction.

En ce sens, les variables déclinées dans chaque situation sont importantes. Elles constituent des étapes de la progression didactique et elles doivent faire l'objet d'une attention particulière des enseignants.

Dans ces situations, l'élève est mis en position d'anticipation. La validation est le plus souvent assumée par l'élève lui-même. Ceci est rendu possible par le matériel proposé (bandes de papier, disques imprimés et fractions de disques en plastique) qui permet la comparaison par superposition ou complémentation.

Important :

Il est indispensable que les élèves puissent construire le concept de fraction avec différents supports, différentes unités. De plus, les élèves découvrent en CM1 que les entiers ne suffisent pas pour représenter, mesurer le monde qui les entoure. La meilleure façon de leur faire construire ce nouveau concept et de franchir un obstacle majeur est de les y conduire via la mesure de longueurs avec une bande unité. Ainsi, les premières situations sur les fractions que vont rencontrer les élèves s'appuieront sur les bandes, ensuite les supports vont pouvoir être utilisés en alternance et de façon spiralaire, en fonction d'une progression qui s'adaptera aux besoins des élèves et aux choix de l'enseignant.

Le matériel :

Pour les situations s'appuyant sur les bandes, les annexes permettent aux enseignants de trouver les éléments à préparer pour leur classe (bandes de papier à découper). Pour les disques, nous proposons un matériel constitué de disques en plastique. Les boîtes proposées sont constituées de 20 ou 30 « kits élèves ». Chaque « kit élève » comprend 7 disques en plastique transparent de 92 mm de diamètre. Dans ces situations, les élèves utilisent ces fractions de disque en plastique en relation avec des disques imprimés.

Les disques sont découpés en fractions de l'unité ($2 \times \frac{1}{2}$, $3 \times \frac{1}{3}$, $4 \times \frac{1}{4}$, $5 \times \frac{1}{5}$, $6 \times \frac{1}{6}$, $8 \times \frac{1}{8}$, $10 \times \frac{1}{10}$).

Les kits qui peuvent être achetés dans le commerce présentent une différence majeure avec celui que nous vous proposons d'utiliser dans ces situations. Dans notre proposition, les pièces ne sont pas identifiées par des couleurs ou par leur écriture fractionnaire. C'est un élément très important qui va développer l'activité mentale liée à la reconnaissance des pièces, à leur comparaison...

Ainsi, la première situation va proposer aux élèves de reconstituer les disques avec des fractions identiques, mais il ne faudrait pas que cela devienne un rituel à chaque début de séance, car cette activité, tout en facilitant la recherche des différentes fractions pendant la séance, priverait l'élève d'une activité mentale essentielle. Pour autant, ceci



n'empêche pas un élève lorsqu'il en a besoin de reconstituer un disque pour vérifier qu'il a bien choisi la bonne fraction de disque (en particulier pour les fractions plus difficiles à discriminer).

Dans chaque situation, vous pourrez rencontrer 3 cadres qui ont des objets évidents mais que nous souhaitons préciser ici :

Explicitation de l'objectif et consigne :

Ce cadre n'a pas pour objectif de donner la consigne telle que l'enseignant devrait la dire à ces élèves. Ce sont plutôt des éléments d'aide à l'élaboration de celle-ci. Ils présentent en général des éléments concernant les objectifs de l'activité, la tâche des élèves et l'organisation de l'activité.

Attendus et commentaires :

Ce cadre présente des éléments didactique ou pédagogique qui vont aider l'enseignant à comprendre les enjeux de la situation, à construire les temps d'institutionnalisation et à organiser l'activité dans la classe. Ils peuvent aussi présenter des éléments liés à la structuration et à la progressivité des apprentissages.

Temps de synthèse :

Il ne s'agit pas de fournir à l'enseignant un modèle de synthèse à donner aux élèves. Ce cadre présente les éléments que l'on peut retrouver dans le temps de synthèse mené à l'issue d'une activité. Il est aussi parfois expliqué les raisons de la mise en œuvre d'un temps de synthèse à tel ou tel moment de la progression des apprentissages.

[Retour sommaire](#)

Table des situations

<i>Situation 1</i>	8
Fabriquer une bande de même longueur à l'aide d'une bande unité.....	8
<i>Situation 2</i>	12
Comparer plusieurs longueurs de bandes pour reconstituer des paires de même longueur.....	12
<i>Situation 3</i>	15
Reconstituer le disque unité à partir de fractions identiques de l'unité. Identifier les fractions de l'unité par reconstitution de l'unité.	15
<i>Situation 4</i>	17
Reconstituer l'unité à partir de fractions de l'unité différentes.....	17
<i>Situation 5</i>	20
Trouver la mesure d'une fraction de disque imprimée (à l'aide de fractions de disques identiques ou non).....	20
<i>Situation 6</i>	24
Produire un message qui permettra de reproduire une bande exactement de même longueur qu'une bande de référence.....	24
<i>Situation 7</i>	27
Conservation de l'égalité et de l'écart.....	27
<i>Situation 8</i>	30
Mettre en relation différentes représentations.	30
<i>Situation 9</i>	33
Double et moitié	33
<i>Situation 10</i>	35
Ordonner plusieurs bandes en utilisant les mesures effectuées séparément sur chacune.....	35
<i>Situation 11</i>	37
Ordonner les fractions de disques par leur taille. Comparer les grandeurs.....	37
<i>Situation 12</i>	40
Comparer plusieurs fractions de disques pour reconstituer des paires.....	40
<i>Situation 13</i>	42
Complémentations à l'unité. Chercher le complément à une fraction de disque imprimé.....	42
<i>Situation 14</i>	44
Trouver les différentes compositions de l'unité.....	44
<i>Situation 15</i>	48
Parmi plusieurs mesures écrites, rechercher celles qui désignent des longueurs égales.....	48
<i>Situation 16</i>	50
Décomposition/Recomposition et Encadrement de fractions simples et décimales.....	50

<i>Situation 17</i>	52
Parmi plusieurs mesures écrites, rechercher celles qui désignent des fractions de disques égales.....	52
<i>Situation 18</i>	55
Décomposer ou simplifier une fraction	55
<i>Situation 19</i>	56
Etablir des égalités. Décomposer une fraction. Passer d'une écriture à une autre.	56
<i>Situation 20</i>	58
Approche des sommes de fractions. Calculer des sommes.	58
<i>Situation 21</i>	59
Encadrer une fraction entre 2 fractions	59

Situation 1

Fabriquer une bande de même longueur à l'aide d'une bande unité

Afin de permettre une meilleure appropriation des concepts, il est conseillé de mettre en œuvre cette situation à travers des séances quasi quotidiennes. Dans les autres situations, les séances pourront être plus espacées dans le temps.

Matériel

- Bandes unité (bande grise : à découper le plus précisément possible).
- Planche de 6 bandes à mesurer (A B C D E F), placée dans une enveloppe.
- Bandes de 1 cm de large (découpées au massicot, il est important qu'elles soient de même largeur que les bandes à mesurer) dans la largeur d'une feuille A4. Ces bandes à découper sont placées dans une enveloppe ; elles peuvent aussi être distribuées en cours d'activité.

Objectifs

- Construire le concept de fraction.
- Construire les notions de moitié, quart et huitième à partir du pliage de la bande unité en deux, quatre et huit parties égales.

Dispositif et activité

La planche de bandes à mesurer et une bande unité sont placées dans une enveloppe fermée. Les enveloppes sont distribuées aux élèves (individuellement ou en binômes). *Il n'est pas nécessaire de découper les bandes à mesurer, la planche complète est proposée aux élèves.*

Déroulement

Etape 1 : Fraction de l'unité (voir fichiers joints : **Situation 01 - Supports bandes 1 et 2**)

Support 1 : Il s'agit d'utiliser des fractions simples $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ et de comprendre les premières relations entre elles.

Support 2 : Introduction de la fraction $\frac{1}{8}$

Les élèves sortent la planche de bandes à mesurer et la bande unité de l'enveloppe. Ils doivent fabriquer une bande de leur choix, **grâce à la bande unité (uniquement)**.

La bande découpée devra être exactement de la même longueur que la bande choisie. Une fois la mesure faite, la planche et la bande unité sont replacées dans l'enveloppe. Pour fabriquer la bande de même mesure, les élèves disposent d'une seconde bande unité (identique à la première) et de bandes blanches à découper (placées dans une seconde enveloppe ou mises à disposition en fond de classe).

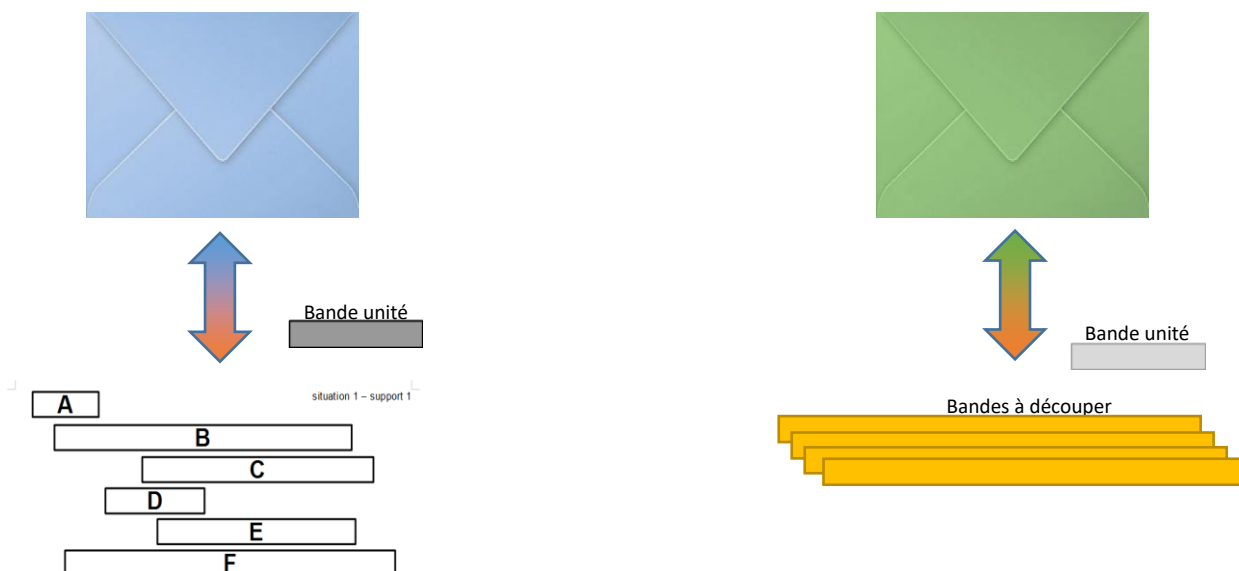
Attendus et commentaires :

Dans le cas où vous choisissez de faire travailler l'élève à sa table avec deux enveloppes, il est conseillé de les choisir de couleurs différentes. Les élèves prennent les mesures avec la bande unité de l'enveloppe bleue. Une fois le support et la bande unité rangées dans celle-ci, et seulement à ce moment, les élèves sortent la bande unité placée dans l'enveloppe grise et découpent une bande de longueur égale à celle qu'ils viennent de mesurer.

Il peut être utile de circuler dans la classe pour s'assurer que cette règle est respectée ; en effet, si les élèves utilisent la bande unité de la première enveloppe, ils vont procéder à partir de repères visuels qui n'ont pas de rapport avec le pliage de la bande et la découverte des fractions.

Le dispositif doit permettre de répéter à plusieurs reprises des expériences de reproduction de bandes. Il doit aussi permettre aux élèves de travailler à leur rythme.

Ce schéma peut-être reproduit au tableau pour faciliter l'explicitation de la consigne et en conserver une trace que les élèves peuvent consulter en cours d'activité.



Consigne :

Dispositif avec 2 enveloppes

« Aujourd'hui nous allons découvrir de nouveaux nombres : les fractions.

Vous allez travailler en 2 étapes. Dans un premier temps, vous sortirez de l'enveloppe bleue la bande unité et la planche pour mesurer une des 6 bandes. Lorsque vous avez terminé, vous replacez la planche et la bande unité dans l'enveloppe, puis vous ouvrez l'enveloppe verte, vous sortez la bande unité et une bande blanche pour fabriquer une bande de même longueur que celle que vous venez de mesurer. **Attention, vous ne pouvez pas utiliser la bande unité de l'enveloppe bleue lorsque vous fabriquez une bande.** »

Dispositif avec mise à distance au fond de la classe

« Aujourd'hui nous allons découvrir de nouveaux nombres : les fractions.

Vous allez travailler en 2 étapes. Dans un premier temps, vous sortirez de l'enveloppe 1 la bande unité et la planche pour mesurer une des 6 bandes. Lorsque vous avez terminé, vous allez à une table du fond où se trouvent une bande unité identique et des bandes blanches pour fabriquer une bande de même longueur que celle que vous venez de mesurer. **Attention, vous ne pouvez pas utiliser la bande unité de l'enveloppe 1 pour fabriquer une bande et vous ne pouvez pas découper la bande blanche après l'avoir amenée à votre table pour valider.** »

Auto-validation

Quand les élèves pensent avoir fabriqué une bande de longueur égale à la bande à mesurer choisie, ils peuvent comparer les deux bandes (en reprenant la planche support dans l'enveloppe) et valider le résultat par superposition.

Temps de synthèse :

Construction du concept de fraction.

Procédures : Trouver le milieu d'une bande. Plier en deux.

Il est important d'utiliser une grande bande pour les mises en commun au tableau afin de favoriser les échanges entre élèves.



Il est important de donner la possibilité à tous les élèves de travailler seuls pour que leur expérience de la situation soit suffisante (pendant une à deux séances). Pour les élèves en difficulté, constituer des binômes hétérogènes peut permettre aux élèves d'échanger sur leurs procédures. Les élèves ne parvenant pas à construire le concept de fraction en passant par le pliage en deux parties égales, pourront ainsi donner du sens à l'activité.

Etape 2 : Travail en binômes (situation 01 – support 3)

Cette organisation pédagogique est proposée à l'ensemble des élèves afin de favoriser les échanges sur les procédures et la construction d'un lexique commun.

Etape 3 : Différer dans le temps la reproduction des bandes (situation 01 – support 4)

Objectif

- Conserver une trace de l'information mathématique.

Dans cette variable, il est demandé aux élèves de prendre des notes qui leur permettront de fabriquer les 6 bandes ultérieurement.

Ils disposent de l'enveloppe 1, de la bande unité et d'un moyen de noter des informations. Ils pourront les utiliser pour fabriquer des bandes. La validation se fait sur le même principe que précédemment.

Consigne :

« Vous allez mesurer les bandes de la planche 4 avec le matériel de l'enveloppe 1 mais vous ne pourrez pas les fabriquer avant demain. Vous devrez trouver un moyen de conserver une trace de vos mesures. Demain, vous devrez fabriquer vos bandes avec la deuxième bande unité et les bandes blanches, en vous aidant des traces que vous avez conservées. »

Etape 4 : Dictée de bandes

Ici, l'enseignant dicte une longueur de bande à construire à l'aide d'une bande unité. Il dispose lui-même de la bande à mesurer qui permettra aux élèves de valider. Cette modalité peut être prise en charge par un élève. Cette variable engage les élèves, par le biais d'une activité connue, à automatiser des procédures. Elle peut aussi favoriser l'institutionnalisation des savoirs. Particulièrement l'usage et l'écriture des termes demi, quart, huitième.

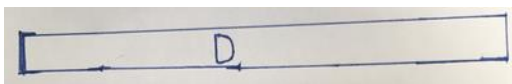
Consigne :

Exemple : « A l'aide de la bande unité, fabriquez un bande égale à une unité plus un demi plus un huitième. »

Attendus et commentaires :

Les bandes à découper doivent être de même largeur que les bandes de la planche support.

Ceci afin d'éviter ce type de procédure :



[Retour sommaire](#)

Pour répondre aux objectifs fixés par la situation, 4 planches supports sont proposées. Elles convoquent des variables relatives à la grandeur de l'unité et aux fractions qui sont représentées par les bandes à mesurer. Le tableau ci-après les synthétise.

La formulation des expressions respecte la codification universelle des fractions. L'enjeu n'est pas que les élèves les utilisent pour l'instant. Ils vont recourir à des formulations propres qui s'appuient le plus souvent sur un langage quotidien : la moitié, le quart ou plié en 2, en 4 ou en 8.

Ces renseignements sont destinés à fournir les réponses aux enseignants.

Situation 1 – support 1						
U = 6 cm						
Bande	A	B	C	D	E	F
Longueur en cm	3 cm	13,5 cm	10,5 cm	4,5 cm	9 cm	15 cm
Expression(s) attendue(s)	$\frac{1}{2} u$	$2 u + \frac{1}{4} u$	$1 u + \frac{3}{4} u$	$\frac{3}{4} u$	$1 u + \frac{1}{2} u$	$2 u + \frac{1}{2} u$

Situation 1 – support 2						
U = 8 cm						
Bande	A	B	C	D	E	F
Longueur en cm	10 cm	6 cm	13 cm	14 cm	7 cm	2 cm
Expression(s) attendue(s)	$1 u + \frac{1}{4} u$	$\frac{3}{4} u$	$1 u + \frac{5}{8} u$	$1 u + \frac{1}{2} u + \frac{1}{4} u$	$\frac{7}{8} u$	$\frac{1}{4} u$

Situation 1 – support 3						
U = 16 cm						
Bande	A	B	C	D	E	F
Longueur en cm	8 cm	14 cm	2 cm	10 cm	12 cm	6 cm
Expression(s) attendue(s)	$\frac{1}{2} u$	$\frac{7}{8} u$	$\frac{1}{8} u$	$\frac{1}{2} u + \frac{1}{8} u = \frac{5}{8} u$	$\frac{1}{2} u + \frac{1}{4} u = \frac{3}{4} u$	$\frac{3}{8} u$

Situation 1 – support 4						
U = 12 cm						
Bande	A	B	C	D	E	F
Longueur en cm	18 cm	13,5 cm	15 cm	3 cm	16,5 cm	10,5 cm
Expression(s) attendue(s)	$1 u + \frac{1}{2} u$	$1 u + \frac{1}{8} u$	$1 u + \frac{1}{4} u$	$\frac{1}{4} u$	$1 u + \frac{1}{4} u + \frac{1}{8} u$	$\frac{7}{8} u$

[Retour sommaire](#)

Situation 2

Comparer plusieurs longueurs de bandes pour reconstituer des paires de même longueur

Objectifs

- Comparer des fractions.
- Construire des égalités élémentaires

Matériel

- Bande unité (grise : à découper le plus précisément possible).
- Planche de 8 bandes à mesurer (A B C D E F G H).
- 2 enveloppes distinctes.

Dispositif et activité

Les élèves reçoivent une enveloppe avec les 8 bandes placées à l'intérieur (4 paires) et la seconde enveloppe vide. Ils doivent chercher à reconstituer les paires de bandes de longueur égale en inscrivant ce résultat sur leur ardoise ou leur cahier.

Ils ne peuvent sortir qu'une seule bande de l'enveloppe. Ils peuvent effectuer des mesures avec la bande unité. Quand ils veulent sortir une nouvelle bande, ils doivent mettre la précédente à l'écart (par exemple dans une seconde enveloppe).

On veillera à ce que les bandes ne soient mesurées qu'à l'aide de la bande unité ; ils ne devront pas tracer la longueur sur un support papier.

Déroulement (voir fichiers joints : Situation 02 - Support bandes)

Consigne :

« Aujourd'hui nous allons apprendre à comparer des fractions.

Vous allez mesurer les bandes de l'enveloppe pour retrouver celles qui sont de même longueur. Vous pouvez sortir et mesurer qu'une seule bande à la fois. Chaque bande mesurée est placée dans la seconde enveloppe avant de passer à la bande suivante. Vous conservez une trace de chaque mesure effectuée. »

Auto-validation

Quand les élèves pensent avoir réussi à appairer les 4 paires de bandes. Ils peuvent toutes les sortir de l'enveloppe. La juxtaposition des bandes les renseignera.

Variables

Le nombre de paires de bandes ; le nombre de bandes peut être diminué ou augmenté. Pour cela, vous pouvez utiliser la version « 12 bandes » du document. Cf. « Situation 2 – Support bandes - 12 bandes ». Ces versions reprennent les supports de la version « 8 bandes » et ajoutent simplement 4 bandes supplémentaires.

Attendus et commentaires :

Cette situation s'appuie sur de nombreux supports. Ils ont deux objectifs : différencier et permettre une plus grande exposition. Il n'est donc pas forcément nécessaire de consacrer une séance à chaque support. Le temps consacré à cette situation est donc laissé à l'appréciation de l'enseignant.

[Retour sommaire](#)

Situation 2 – support 1 - 8 bandes				
U = 6 cm				
bandes	E G	C H	B D	A F
Longueur en cm	9 cm	10,5 cm	13,5 cm	15 cm
Expression(s) attendue(s)	$\frac{3}{2} u$	$1 u + \frac{3}{4} u$	$2 u + \frac{1}{4} u$	$\frac{5}{2} u$

Situation 2 – support 2 - 8 bandes				
U = 8 cm				
bandes	B F	C E	D G	A H
Longueur en cm	12 cm	13 cm	14 cm	15 cm
Expression(s) attendue(s)	$\frac{3}{2} u$	$1 u + \frac{5}{8} u$	$1 u + \frac{3}{4} u$	$1 u + \frac{7}{8} u$

Situation 2 – support 3 - 8 bandes				
U = 16 cm				
bandes	A D	C F	E H	G B
Longueur en cm	8 cm	10 cm	12 cm	14 cm
Expression(s) attendue(s)	$\frac{1}{2} u$	$\frac{5}{8} u$	$\frac{3}{4} u$	$\frac{7}{8} u$

Situation 2 – support 4 - 8 bandes				
U = 12 cm				
bandes	B D	C H	E F	G A
Longueur en cm	13,5 cm	15 cm	16,5 cm	18 cm
Expression(s) attendue(s)	$1 u + \frac{1}{8} u$	$\frac{5}{4} u$	$1 u + \frac{3}{8} u$	$2 u$

[Retour sommaire](#)

Situation 2 – support 5 - 12 bandes						
U = 6 cm						
Bandes	G E	K J	C H	I A	L F	D B
Longueur en cm	7,5 cm	9 cm	10,5 cm	13,5 cm	15 cm	16,5 cm
Expression(s) attendue(s)	$\frac{5}{4} u$	$\frac{3}{2} u$	$1 u + \frac{3}{4} u$	$2 u + \frac{1}{4} u$	$\frac{5}{2} u$	$2 u + \frac{3}{4} u$

Situation 2 – support 6 – 12 bandes						
U = 8 cm						
Bandes	L C	I A	B F	J E	D G	K H
Longueur en cm	10 cm	11 cm	12 cm	13 cm	14 cm	15 cm
Expression(s) attendue(s)	$\frac{5}{4} u$	$1 u + \frac{3}{8} u$	$\frac{3}{2} u$	$1 u + \frac{5}{8} u$	$\frac{7}{4} u$	$1 u + \frac{7}{8} u$

Situation 2 – support 7 – 12 bandes						
U = 16 cm						
Bandes	J A	I B	G D	K F	E H	L C
Longueur en cm	4 cm	6 cm	8 cm	10 cm	12 cm	14 cm
Expression(s) attendue(s)	$\frac{1}{4} u$	$\frac{3}{8} u$	$\frac{1}{2} u$	$\frac{5}{8} u$	$\frac{3}{4} u$	$\frac{7}{8} u$

Situation 2 – support 8 – 12 bandes						
U = 12 cm						
Bandes	L A	I H	C D	K G	B F	J E
Longueur en cm	9 cm	10,5 cm	13,5 cm	15 cm	16,5 cm	18 cm
Expression(s) attendue(s)	$\frac{3}{4} u$	$\frac{7}{8} u$	$\frac{9}{8} u$	$\frac{5}{4} u$	$\frac{11}{8} u$	$\frac{5}{2} u$

[Retour sommaire](#)

Situation 3

*Reconstituer le disque unité à partir de fractions identiques de l'unité.
Identifier les fractions de l'unité par reconstitution de l'unité.*

Matériel

- Fractions de disques en plastique représentant des fractions de l'unité.

Objectifs

- S'approprier le matériel.
- Identifier les fractions de l'unité par reconstitution de l'unité.

1 u

Consigne :

« Aujourd'hui, nous allons travailler avec des disques. Notre unité sera donc le disque. Vous allez devoir reconstituer des disques entiers à l'aide de fractions de l'unité « disque ». Pour constituer chaque disque, **vous devrez utiliser des fractions identiques.** »

Attendus et commentaires :

C'est la première découverte du matériel. Les disques sont livrés aux écoles en vrac dans une grande boîte. La première séance va donc permettre la découverte du matériel et l'organisation de l'ensemble des fractions de disques en « kits élèves » (cf. introduction du document). Ces kits seront ensuite rangés dans des sachets ou des boîtes dans la prévision des séances suivantes.

L'activité des élèves va s'appuyer sur l'estimation et la représentation mentale, la comparaison des pièces. Les échanges construiront des éléments de langage nécessaires à la construction des connaissances relatives aux fractions. Les 4 phases ci-dessous décrivent un déroulement possible de la séance.

Phase 1 :

Déroulement / Organisation

Les élèves sont en groupe de 4 à 5 élèves et ont devant eux, en vrac, un ensemble de fractions de disques en plastique. Ces ensembles ont été constitués de façon très approximative par l'enseignant qui a reçu les pièces en plastique mélangées dans une boîte. Dans chaque groupe, les élèves vont devoir reconstituer des disques. Au bout d'un certain temps, certaines pièces vont manquer (car distribuées inégalement).



Phase 2 :

Déroulement / Organisation

Les élèves vont maintenant échanger les dernières pièces non assemblées avec les autres groupes pour reconstituer l'ensemble des disques. Les élèves vont donc se déplacer dans la classe pour proposer les pièces qu'ils ont en trop, ou pour demander les pièces qui leur manquent. Lorsqu'ils auront terminé de reconstituer leurs disques, il est probable que certaines pièces restent inutilisées et que certains disques ne puissent être complétés. Cela donne l'occasion de passer à l'étape suivante.



Phase 3 :

Déroulement / Organisation

Les pièces non assemblées sont rassemblées sur une table afin d'essayer de constituer quelques disques supplémentaires. Après ce moment, il est à nouveau possible que certaines pièces restent inutilisées. Il est alors intéressant de proposer aux élèves de trouver une explication à ce problème. Les élèves vont donc être amenés à faire une vérification des disques



constitués car le problème provient probablement d'erreurs liées à l'usage de pièces non identiques dans les disques (principalement avec les huitièmes et les dixièmes).

Phase 4 :

Déroulement / Organisation

Dans cette dernière phase, ils vont reconstituer les « kits élèves ». Un premier échange collectif leur permet de comprendre qu'un kit est constitué de chacun des différents disques. Chacun des élèves va donc avoir pour tâche de reconstituer un kit (au moins). A nouveau, ils vont devoir échanger entre eux pour constituer l'ensemble des kits. Lorsqu'un kit est entièrement assemblé, l'ensemble des disques le constituant est placé dans un sachet. Par la suite, ces sachets sont utilisés par les élèves dans chacune des situations proposées.



Remarque importante :

A la fin de chaque séance, les élèves rangent les pièces de leur kit dans un sachet. Il est important de systématiquement s'assurer que les kits sont complets. Aussi, on peut envisager que, chaque fois que c'est nécessaire, les élèves reconstituent le « kit élève » en fin de séance avant de mettre les pièces dans leur sachet. Cela évitera de perdre des pièces, que des kits soient mélangés, et cela donne une expérience supplémentaire qui va contribuer à la reconnaissance des différentes fractions de disques.

Auto-validation

La validation se fait lorsque les disques sont constitués.

[Retour sommaire](#)

Situation 4

Reconstituer l'unité à partir de fractions de l'unité différentes.

Matériel

- Fractions de disques en plastique représentant des fractions de l'unité.

Objectifs

- S'approprier le matériel.
- Identifier les fractions de l'unité par reconstitution de l'unité.
- Construire une expérience manipulative et mentale des fractions.

1 u

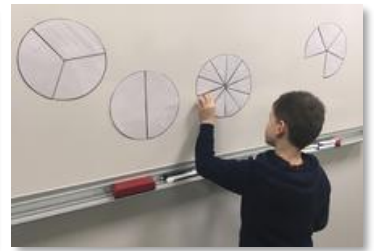
Consigne

« Aujourd'hui, vous allez devoir reconstituer des disques entiers à l'aide de fractions de l'unité « disque ». Pour constituer chaque disque, vous devrez utiliser des fractions identiques. Cela nous permettra ensuite de produire une synthèse sur les fractions de disques dans laquelle nous définirons les différentes fractions. »

Phase 1 :

Déroulement / Organisation

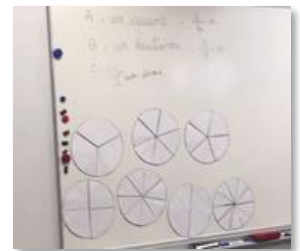
Les élèves peuvent travailler seuls ou en binômes. Chaque élève / binôme a devant lui, en vrac, un « kit élève ». Chacun va devoir reconstituer son kit. Dans le même temps, un élève est envoyé au tableau pour faire le même travail avec le matériel collectif.



Phase 2 :

Déroulement / Organisation

Cette phase va permettre un temps de synthèse pour institutionnaliser le lexique relatif aux fractions rencontrées (demi, tiers, quart, cinquième, sixième, huitième, dixième) et l'écriture fractionnaire de celles-ci.



Temps de synthèse :

C'est à l'issue de ces deux phases que peut être mené un temps d'institutionnalisation permettant de nommer les différentes fractions de l'unité. Ce moment peut être propice à l'utilisation et l'institutionnalisation des écritures fractionnaires des pièces du « kit élèves ».

Phase 3 :

Déroulement / Organisation

Cette phase doit permettre de donner une expérience de mesure des nouvelles fractions rencontrées avec les disques : $\frac{1}{3} u$, $\frac{1}{5} u$, $\frac{1}{6} u$, $\frac{1}{10} u$.

Consigne :

« Maintenant, vous mélangez votre kit. Vous allez devoir trouver la mesure des fractions représentées sur la feuille. Pour cela, vous utiliserez des pièces en plastique identiques. »

Liste des fractions proposées dans la fiche : (Cf. fiche « Situation 4 - Support Disques - Phase 3 »)

$A = \frac{4}{5} u$	$B = \frac{5}{6} u$	$C = \frac{2}{5} u$	$D = \frac{7}{10} u$	$E = \frac{2}{3} u$
---------------------	---------------------	---------------------	----------------------	---------------------

Phase 4 :

Déroulement / Organisation

On sélectionne des disques afin de construire des égalités (ou des incompatibilités). Les élèves travaillent individuellement ou en binômes. A travers l'étude de différents cas, l'élève va construire des égalités et comprendre que certaines pièces ne peuvent être associées entre elles.

Cas 1 :

On propose aux élèves de reconstituer 3 disques en échangeant des pièces prises en même temps dans deux disques ($\frac{1}{2}u$, $\frac{1}{4}u$, $\frac{1}{8}u$).



Consigne :

« Nous allons maintenant intervertir des pièces entre les disques **pour trouver des fractions égales**. Vous avez devant vous des disques constitués de pièces identiques, vous allez devoir les reconstituer en **utilisant des pièces différentes**. Pour ce faire, vous échangerez des pièces entre deux disques à la fois. »

Attendus et commentaires :

Dans cette phase, il est important qu'avant chaque cas, le « kit élève » soit reconstitué et que les disques nécessaires à l'étude du cas soient sélectionnés. Ainsi, les élèves vont devoir échanger des pièces entre les disques pour parvenir à constituer des disques avec des pièces différentes. Ce faisant, ils construiront des égalités entre différentes fractions de l'unité.

Il est possible de proposer une différenciation lors de l'étude des cas. Certains élèves peuvent poursuivre le travail sur les égalités en recherchant l'ensemble des solutions possibles.

La situation 4 peut être conduite sur deux séances car les objectifs visés ne sont pas de la même nature :

- Une première séance jusqu'au cas 1 où l'on pourra présenter l'organisation matérielle et la consigne.
- Une deuxième séance où l'on traitera les phases 4 et 5.

Même consigne avec :

Cas 2 :

On propose aux élèves de reconstituer 3 disques ($\frac{1}{3}u$, $\frac{1}{4}u$, $\frac{1}{6}u$).

Cas 3 :

On propose aux élèves de reconstituer 3 disques ($\frac{1}{2}u$, $\frac{1}{5}u$, $\frac{1}{10}u$).

Cas 4 :

On propose aux élèves de reconstituer 4 disques ($\frac{1}{3}u$, $\frac{1}{5}u$, $\frac{1}{6}u$, $\frac{1}{10}u$).

Cas 5 :

On propose aux élèves de reconstituer 4 disques ($\frac{1}{2}u$, $\frac{1}{5}u$, $\frac{1}{6}u$, $\frac{1}{8}u$).



Auto-validation

La validation se fait lorsque les disques sont constitués, en s'assurant que des pièces différentes constituent chaque disque.

Liste des nouvelles égalités pour chacun des cas :

Cas 1	$1 u = \frac{2}{2} u = \frac{4}{4} u = \frac{8}{8} u$	$\frac{1}{2} u = \frac{2}{4} u = \frac{4}{8} u$	$\frac{4}{4} u = \frac{8}{8} u$	$\frac{1}{4} u = \frac{2}{8} u$		
Cas 2	$1 u = \frac{3}{3} u = \frac{6}{6} u$	$\frac{1}{3} u = \frac{2}{6} u$	$\frac{2}{3} u = \frac{4}{6} u$	$\frac{2}{4} u = \frac{3}{6} u$		
Cas 3	$1 u = \frac{5}{5} u = \frac{10}{10} u$	$\frac{1}{2} u = \frac{5}{10} u$	$\frac{1}{5} u = \frac{2}{10} u$	$\frac{2}{5} u = \frac{4}{10} u$	$\frac{3}{5} u = \frac{6}{10} u$	$\frac{4}{5} u = \frac{8}{10} u$
Cas 4	$\frac{5}{10} u = \frac{3}{6} u$					
Cas 5	$\frac{1}{2} u = \frac{3}{6} u$	$\frac{3}{6} u = \frac{4}{8} u$				

Phase 5 – Institutionnalisation :

Déroulement / Organisation

Si l'étude des cas de la phase 4 n'est pas suffisante, d'autres propositions sont présentées à la classe par l'enseignant(e) qui choisit quelques configurations et propose un temps d'échange collectif. Les élèves pourront ainsi établir quelques égalités, identifier des régularités, envisager des procédures.

Remarque : Lors de la conduite du temps de synthèse, une grande partie des égalités de type :

$1 u = \frac{2}{2} u = \frac{3}{3} u = \frac{4}{4} u = \dots$ sera trouvée dès l'étude des deux premiers cas. Il est alors intéressant de généraliser et d'écrire la suite d'égalités (jusqu'à $\frac{10}{10} u$) et de demander aux élèves de ne plus proposer ces égalités lors des cas ultérieurs. Dans le cas contraire, le temps de synthèse s'allongerait inutilement.

Temps de synthèse :

L'objectif est d'institutionnaliser quelques égalités fondamentales.

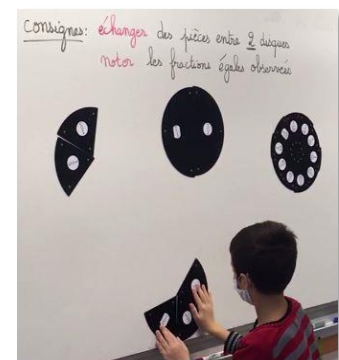
Exemples :

$$\frac{1}{2} u = \frac{2}{4} u, \frac{1}{2} u = \frac{4}{8} u, \frac{1}{3} u = \frac{2}{6} u, \frac{1}{4} u = \frac{2}{8} u, \frac{1}{5} u = \frac{2}{10} u \dots$$

$$1 u = \frac{3}{3} u = \frac{5}{5} u = \frac{10}{10} u$$

Un temps doit être consacré pour observer avec les élèves que :

- Lorsqu'on prend un quart d'une bande, on la partage en quatre parties égales, de même, si on prend un quart d'un disque, on le partage en quatre parties égales.
- Les égalités vérifiées avec les bandes $\frac{1}{2} u, \frac{2}{4} u, \frac{4}{8} u$ sont également vraies pour les disques.



[Retour sommaire](#)

Situation 5

*Trouver la mesure d'une fraction de disque imprimée
(à l'aide de fractions de disques identiques ou non).*

Matériel

- Fractions de disques imprimées.
- Fractions de disques en plastique.

Etape 1

Objectifs

- Trouver la mesure d'une fraction de disque imprimée.
- Construire une représentation mentale de fractions simples de l'unité.
- Construire des égalités de fractions.

Liste des fractions proposées dans la fiche : (Cf. fiche « Situation 5 - Support Disques - Etape 1 »)

$A = \frac{1}{4} u$	$B = \frac{1}{8} u$	$C = \frac{1}{2} u$	$D = \frac{1}{5} u$	$E = \frac{1}{6} u$	$F = \frac{1}{10} u$	$G = \frac{1}{9} u$	$H = \frac{1}{3} u$
---------------------	---------------------	---------------------	---------------------	---------------------	----------------------	---------------------	---------------------

Variable :

Pour les élèves de CM2 qui ont déjà suivi cet enseignement en CM1, cette première étape (phase 1 et/ou phase 2) peut ne pas présenter beaucoup d'intérêt. On peut donc leur proposer, dans la suite logique de la séance 4, une situation leur permettant de chercher des égalités de fractions plus grandes que l'unité. Pour cela, on les place en binômes, et on met à leur dispositions 2 ou 3 kits (selon le nombre de kits disponibles).

Phase 1 :

Consigne :

« Vous allez devoir trouver la mesure de chaque fraction de disque imprimée à l'aide des fractions de disques en plastique. Pour chaque mesure, vous ne devrez utiliser qu'une seule pièce. Chaque mesure sera écrite sur feuille afin de permettre la comparaison entre les différentes propositions. »

Attendus et commentaires :

L'objectif de cette première phase est de permettre à tous les élèves d'assurer une représentation mentale stable des fractions du « kit élèves ». Pour cela, une seule pièce est utilisée pour chaque mesure. Dans la phase 2 de cette étape, les élèves cherchent d'autres possibilités en utilisant plusieurs pièces mais toutes identiques pour chaque fraction mesurée. Cette phase 2 permettra de réaffirmer quelques égalités simples de fractions.

Exemples : $\frac{1}{2} u = \frac{2}{4} u = \frac{4}{8} u$, $\frac{2}{3} u = \frac{4}{6} u$, ...



Remarque : Dans le kit, les élèves ne disposent pas de la fraction $\frac{1}{9} u$. Pour mesurer G, les élèves se retrouvent donc dans l'obligation de faire un travail de comparaison à l'aide des pièces disponibles. Ils sont amenés à comprendre que $G = \frac{1}{9}$ est plus grande que $\frac{1}{10}$ et plus petite que $\frac{1}{8}$. Ils pourront alors



conjecturer la valeur de G. Plus que d'arriver à ce résultat, ce sont les échanges entre élèves et le travail de comparaisons qui ont un intérêt ici.

Phase 2 :

Consigne :

« Vous allez devoir trouver la mesure de chaque fraction de disque imprimée à l'aide des fractions de disques en plastique. Pour cela, vous utilisez une ou plusieurs pièces identiques, pour effectuer chaque mesure. Ces mesures seront écrites sur feuille afin de permettre la comparaison entre les différentes propositions. »

Etape 2

Objectifs

- Décomposer une fraction simple.
- Mettre en relation différentes écritures des fractions.

Déroulement / Organisation

Consigne :

« Vous allez maintenant trouver une nouvelle mesure des pièces A, C et H. Pour cela, vous utilisez plusieurs pièces, identiques ou non, pour effectuer chaque mesure. »

Attendus et commentaires :

Il est maintenant proposé aux élèves de faire des mesures en utilisant plusieurs pièces. L'utilisation de pièces différentes va les conduire à construire différentes décompositions des fractions qui leurs sont proposées. Cette activité sera le support d'un temps de synthèse. La consigne ci-dessous ne s'appuie que sur un cas, **il faut bien évidemment en proposer plusieurs.**

Remarque : cette étape est un réinvestissement de la phase 2 de la situation 4.

Temps de synthèse :

Une même fraction peut se décomposer de plusieurs façons.

Exemples :

$$\frac{1}{2}u = \frac{2}{4}u = \frac{4}{8}u = \frac{1}{4}u + \frac{2}{8}u = \dots, \frac{2}{3}u = \frac{4}{6}u = \frac{1}{3}u + \frac{2}{6}u = \dots, \dots$$

Etape 3

Liste des fractions proposées dans la fiche :

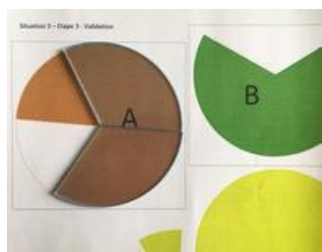
$A = \frac{5}{6} u$	$B = \frac{2}{3} u$	$C = \frac{11}{10} u$	$D = \frac{5}{4} u$	$E = \frac{3}{8} u$	$F = \frac{10}{3} u$	$G = \frac{5}{2} u$	$H = \frac{7}{8} u$
---------------------	---------------------	-----------------------	---------------------	---------------------	----------------------	---------------------	---------------------

Objectifs

- Estimer une fraction.
- Mettre en relation différentes écritures fractionnaires.
- Fractions plus petites ou plus grandes que l'unité.

Consigne :

« Aujourd'hui nous allons apprendre à **estimer** la valeur de fractions. Vous devrez écrire vos estimations sur une feuille. Vous pourrez ensuite proposer vos estimations à la classe et nous validerons les estimations collectivement au tableau. Nous argumenterons collectivement de la pertinence des estimations pour distinguer les propositions acceptables de celles qui ne le sont pas. Ensuite, nous vérifierons ces propositions en utilisant les « kits » et les supports que je vous distribuerai. »



« Après vérification, $\frac{2}{3} u$ n'est pas une estimation acceptable de la fraction A. »

Les fractions pour la partie collective sont accessibles dans le document :

« **Situation 5 - Etape 3 - Support Disques - Collectif** »

Elles sont l'outil de l'enseignant qui peut les imprimer ou les vidéoprojecter pour un usage collectif au tableau.

Les fractions pour la partie de validation des estimations sont accessibles dans le document :

« **Situation 5 - Etape 3 - Support Disques – Collectif - Validation** »

Elles sont l'outil des élèves. L'enseignant les a préalablement imprimées pour permettre aux élèves la validation ou la comparaison des estimations.

Attendus et commentaires :

Il est intéressant de permettre aux élèves de comprendre ce qu'est une estimation par une première expérience de cette activité. Lors des échanges collectifs, les élèves auront l'occasion d'échanger sur la justesse des estimations. Cet échange construira le lexique relatif aux comparaisons et aux égalités. De plus, les élèves pourront vérifier les estimations par la mesure à l'aide du matériel proposé en accompagnement de la situation. Enfin, ils seront placés en situation d'observer des fractions identiques à des échelles différentes (matériel collectif vs matériel individuel).

Temps de synthèse :

Estimer une fraction.

Fractions plus grandes et plus petites que l'unité.

Etape 4

Objectifs

- Estimer une fraction.
- Construire une représentation mentale de fractions.

Liste des fractions proposées dans la fiche : (Cf. fiche « **Situation 5 - Support Disques - Etape 4** »)

$I = \frac{3}{10} u$	$J = \frac{9}{10} u$	$K = \frac{5}{8} u$	$L = \frac{7}{8} u$	$M = \frac{3}{4} u$	$N = \frac{4}{3} u$	$O = \frac{19}{10} u$	$P = \frac{7}{4} u$
----------------------	----------------------	---------------------	---------------------	---------------------	---------------------	-----------------------	---------------------

Consigne :

« Vous allez recevoir une enveloppe contenant des fractions de disques imprimées. Vous devrez estimer la valeur de chacune d'elles. Vous écrirez chaque estimation sur feuille afin de permettre la comparaison entre vos différentes propositions à la fin de la séance. Des boîtes sont à votre disposition au fond de la classe. Elles contiennent les fractions de disque en plastique. Après chaque estimation, vous allez chercher les fractions de disques en plastique qui vous permettront de vérifier votre estimation. Lorsque vous avez pris vos pièces, **vous reconstituez votre fraction avant de revenir à votre place**. Si vous pensez que cela convient, vous pouvez revenir à votre table et vérifier à l'aide des fractions de disque choisies. Vous disposez de 3 tentatives maximum par fraction. »

Attendus et commentaires :

Il est important de laisser une place à l'anticipation, de s'assurer que les élèves construisent une représentation mentale qui va s'appuyer sur le matériel. Dans cette situation, on va donc proposer une variable où les élèves sont placés face à un obstacle qui va les amener à construire une représentation mentale des fractions. Le déplacement dans la classe va les mener à mettre en mémoire cette représentation. La vérification sur place (avant retour à la table) est un moment important qu'il ne faut pas négliger. Les élèves ont parfois tendance à ne pas le faire et à retourner directement vérifier avec le matériel. L'enseignant peut être placé à cet endroit afin de discuter avec les élèves de leur choix de pièces.



Variable

- Pour les élèves qui en ont besoin, il peut être possible de les aider dans la tâche d'estimation en utilisant uniquement une ou deux fractions, par exemple $\frac{1}{10}$ et $\frac{1}{5}$ pour mesurer la fraction I.

Auto-validation

La validation se fait lorsque les fractions de disques imprimées sont exactement recouvertes.

[Retour sommaire](#)

Situation 6

Produire un message qui permettra de reproduire une bande exactement de même longueur qu'une bande de référence

Objectifs

- Utiliser les fractions pour exprimer le résultat d'une mesure.
- Elaborer un vocabulaire commun pour nommer et écrire les fractions.
- Communiquer un message par écrit pour expliquer sa démarche.

Matériel

- Bande unité commune à tous les élèves.
- Enveloppes contenant chacune une seule bande (les enveloppes sont placées sur une table). Il doit y avoir plusieurs enveloppes contenant une bande de même longueur. Ex : 3 enveloppes contenant une bande A, 3 pour une bande B... Le nom de la bande est inscrit sur l'enveloppe. (**On peut reprendre les bandes des situations 1 ou 2**).

Exemple de configuration pour une classe de 27 élèves :

On peut ainsi, dans cette même classe, utiliser un jeu de 6 bandes différentes reproduites 3 fois. Il y aura 3 enveloppes A, 3 enveloppes B...

- Feuilles pour produire les messages.
- Bandes prédécoupées de même largeur que les bandes à mesurer.

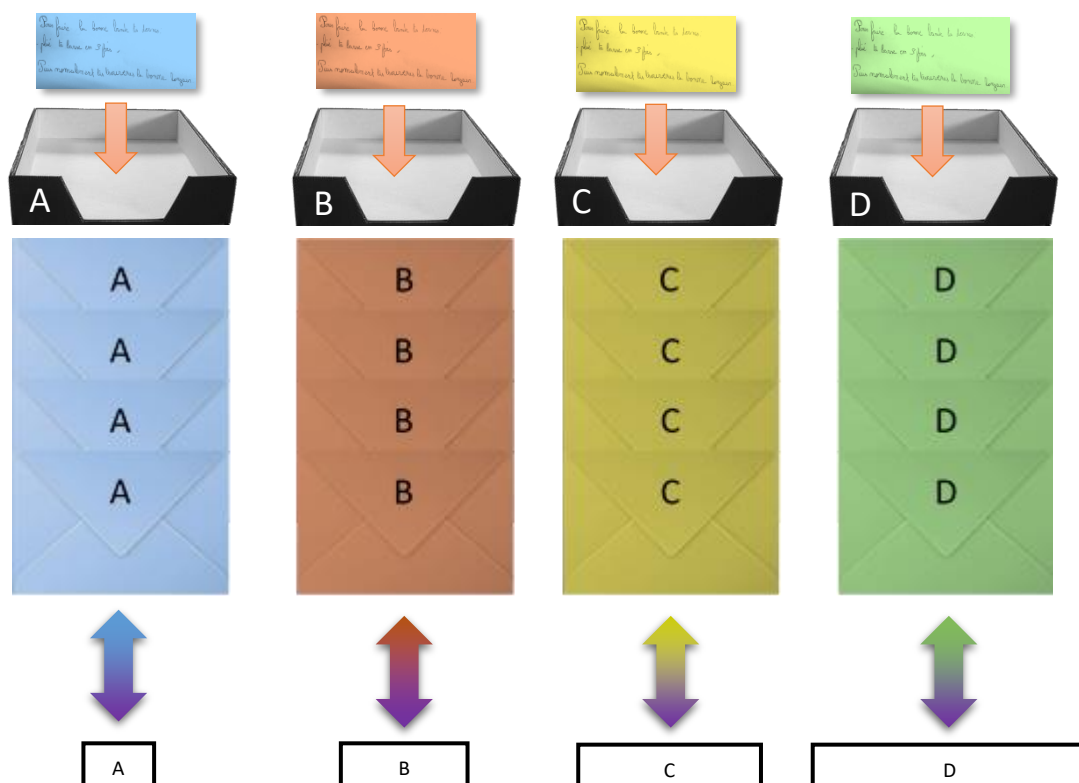
Dispositif et activité

Émetteurs et récepteurs vont partager une variété de procédures de transmission d'informations relatives aux fractions et élaborer un code commun pour communiquer.

Etape 1 : Produire et exploiter des messages écrits

1^{ère} phase – Production des messages :

Les élèves disposent d'une bande unité. Chaque élève ou binôme va chercher une enveloppe dans laquelle se trouve une bande. Il doit produire un message qui permettra, plus tard, à ceux qui reprendront cette enveloppe de fabriquer une bande exactement de même longueur.



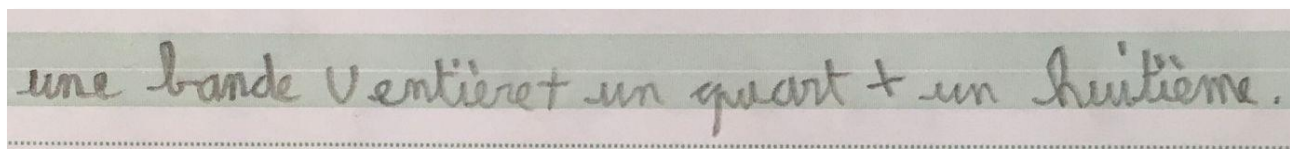
Quand le message est produit, il est déposé dans la boîte de même nom. La bande mesurée est replacée dans son enveloppe et l'enveloppe est redéposée sur sa pile.

Consigne :

« Aujourd'hui, vous allez apprendre à écrire des messages. Ces messages devront permettre à vos camarades de construire des bandes de longueur égale à celles que vous aurez mesurées. Dans un premier temps, vous ouvrez une des 4 enveloppes et vous mesurez la bande qui se trouve à l'intérieur avec votre bande unité. Ensuite, vous écrivez un message qui permettra à un autre binôme de fabriquer une bande identique et vous écrivez votre nom au-dessous. Vous rangez alors la bande à mesurer dans l'enveloppe, vous reposez l'enveloppe sur sa pile et vous déposez votre message dans la boîte correspondante. Il y a 4 enveloppes différentes et vous avez donc 4 messages à écrire. »

Attendus et commentaires :

Les élèves (ou binômes) vont dans ce premier temps produire plusieurs messages. Le nombre de messages produits peut varier d'un groupe à l'autre, selon leur propre rythme de travail. Les différents messages sont exploités en phase 2.



2^{ème} phase – Echange des messages :

Les messages sont redistribués aux groupes. Si possible, on s'attache à distribuer les messages sans redonner à un groupe un message qu'il a lui-même produit.

La tâche des élèves est double :

- Fabriquer la bande à mesurer à l'aide de la bande unité en utilisant les messages mais sans sortir la bande à mesurer de l'enveloppe.
- Valider le message quand ils pensent avoir réussi.

3^{ème} phase – Analyse collective des messages :

L'enseignant choisit la série de messages correspondant à une enveloppe qui lui semble la plus pertinente à étudier collectivement. L'objectif est :

- Identifier, à partir de la comparaison des messages, des critères pertinents sur le fond, comme sur la forme, pour communiquer ses mesures.
- Analyser les éléments qui engendrent des difficultés de compréhension.

Etape 2 : Dictée de messages oraux par deux élèves (ou par le maître) pour toute la classe

Deux élèves énoncent oralement à toute la classe des informations pour fabriquer une bande à mesurer. Eux seuls y ont accès. Ils présenteront ensuite la bande à mesurer à chaque élève ou binôme pour validation.

Variables :

- L'émetteur peut apporter des informations complémentaires aux élèves qui rencontrent des difficultés ;
- Le récepteur peut demander des informations complémentaires mais l'émetteur est contraint d'apporter des précisions sans expliciter.

Etape 3 : Production de messages entre deux élèves en binômes

Cette même situation est mise en œuvre entre deux élèves : un émetteur / un producteur. Le message peut être communiqué oralement et/ou par écrit.

Temps de synthèse :

Si l'institutionnalisation sur les écritures fractionnaires n'a pas été effectuée à l'issue des deux premières situations s'appuyant sur les disques, cette situation peut être propice pour le faire.

Attendus et commentaires :

Dans l'ensemble des étapes, Il conviendra de discerner celles qui engagent l'oral pour faire vivre les échanges des élèves de celles qui s'appuient sur leurs messages écrits.

Dans les premières, les enjeux consistent dans l'élaboration d'un vocabulaire commun, l'explicitation et/ou la discussion des démarches des binômes, du groupe classe, les consignes des émetteurs lors des dictées de bandes ou encore les demandes des récepteurs. On utilisera une grande bande au tableau afin de favoriser les échanges.

Dans les secondes, si l'on peut confronter les écrits pour discuter de leur pertinence, de la diversité des messages pour communiquer le savoir mathématique, on s'attardera plus particulièrement sur les égalités entre les écritures fractionnaires en présentant par exemple un corpus de messages au tableau.

Etayage : l'enseignant peut circuler dans la classe pour aider des élèves à identifier la nature de leur désaccord.

- L'erreur provient de la mesure ou de la reproduction de la bande :
 - Le binôme n'a pas mesuré correctement la bande de l'enveloppe au cours de la phase 1, le binôme récepteur ne peut pas la reproduire ;
 - Un binôme n'a pas reproduit la bande dans la phase 2 car sa démarche est erronée.
- L'erreur provient de la production ou de la réception du message :
 - Un binôme a mesuré correctement la bande dans la phase 1, mais son message ne permet de la fabriquer.
 - Un binôme n'a pas compris le message qui lui est donné alors qu'il permettrait de reproduire la bande.

[Retour sommaire](#)

Situation 7

Conservation de l'égalité et de l'écart

Matériel

- Fractions de disques en plastique.

Objectifs

- Construire des propriétés :
 - Conservation de l'égalité
 - Conservation de l'écart

Déroulement et organisation (Cf. fiche « Situation 7 - Support Disques »)

Cette situation est destinée aux élèves de CM2 qui ont déjà un an d'expérience des situations proposées.

Il est difficile de faire construire la propriété de conservation des écarts dans le contexte abstrait de la soustraction. L'exemple le plus évident est peut-être celui de la soustraction posée avec retenues où nombre d'élèves appliquent un algorithme dénué de sens. De la même manière, la conservation de l'égalité n'est pas un concept bien construit à l'école élémentaire et reste problématique au collège.

Aussi, il semble intéressant de construire ces propriétés en s'appuyant sur la manipulation d'objets afin que les représentations mentales s'installent et que les procédures robotisées s'effacent. Il semble donc profitable d'utiliser le matériel Klásma à cette fin, tout en consolidant les compétences déjà construites ou en cours de construction sur les fractions (égalités, décompositions...).

Etape 1 :

Objectif

- Conservation de l'égalité

Consigne :

« Aujourd'hui, je vais écrire une égalité au tableau. Je vais vous demander d'ajouter ou de soustraire une fraction de chaque côté de l'égalité. Si vous en avez besoin, vous pourrez la reproduire devant vous avec votre matériel et agir dessus. Notre objectif est de vérifier si l'égalité de départ est conservée. Effectuons ensemble ce premier exemple. »

Exemple à reproduire collectivement :

On propose l'égalité suivante : $\frac{1}{2} u = \frac{2}{4} u$. Ensuite, on leur propose de soustraire $\frac{1}{8} u$ de chaque côté de l'égalité. Ils doivent alors vérifier si l'égalité est conservée.

Attendus et commentaires :

Le premier exemple est indispensable pour l'appropriation de l'activité. Il est traité à l'aide du matériel collectif. Dans cette situation, il est intéressant de privilégier une activité mentale et d'encourager une anticipation. Le matériel permet de valider dans un deuxième temps. Seuls les élèves en difficulté doivent être placés en condition d'utiliser le matériel tout au long de l'activité.

Si l'objectif est de construire des propriétés relatives à la conservation de l'égalité, les procédures engagées par les élèves vont consolider des compétences mettant en œuvre les égalités et les décompositions de fractions.

La validation par le matériel (par superposition) permet donc aux élèves de s'assurer de la conservation de l'égalité, ce qui est très complexe à obtenir sans celui-ci.

Exemples d'activités :

$\frac{2}{3}u = \frac{4}{6}u$	On soustrait $\frac{1}{2}u$
$\frac{3}{4}u = \frac{6}{8}u$	On ajoute $\frac{1}{4}u$

$\frac{1}{4}u = \frac{2}{8}u$	On ajoute $\frac{7}{8}u$
$\frac{5}{10}u = \frac{1}{2}u$	On fait le double de chaque

$\frac{5}{3}u = \frac{10}{6}u$	On soustrait $\frac{7}{6}u$
$\frac{6}{10}u = \frac{3}{5}u$	On garde un tiers de chaque

Temps de synthèse :

Dans une égalité, les écritures qui sont de chaque côté du signe égal ont la même valeur, même si elles ne s'écrivent pas de la même façon. Exemple : $\frac{2}{3}u = \frac{4}{6}u$.

On peut ajouter ou soustraire **la même quantité** de chaque côté de l'égalité tout en conservant l'égalité de départ. Cela fonctionne aussi en faisant le double, la moitié, le tiers ou le triple de chaque côté.

Exemples :

$\frac{2}{3}u = \frac{4}{6}u$; on soustrait $\frac{1}{2}u$ de chaque côté de l'égalité.

Prenons le premier terme de l'égalité :

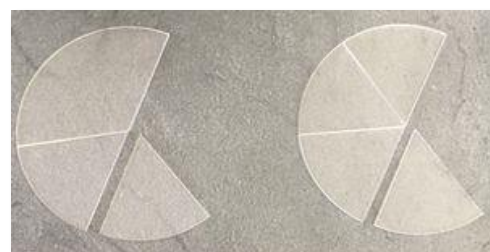
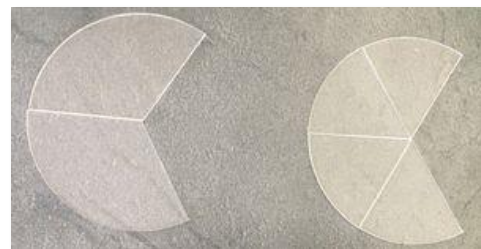
$$\frac{2}{3}u - \frac{1}{2}u = \frac{4}{6}u - \frac{3}{6}u = \frac{1}{6}u$$

Maintenant le deuxième :

$$\frac{4}{6}u - \frac{1}{2}u = \frac{4}{6}u - \frac{3}{6}u = \frac{1}{6}u$$

Donc :

$$\frac{2}{3}u - \frac{1}{2}u = \frac{4}{6}u - \frac{1}{2}u$$



Attendus et commentaires :

On comprend bien que ce travail peut être mené de deux manières qui impliquent des niveaux de compétences différents :

- Si l'on utilise le matériel, l'activité se fait très simplement et permet une consolidation efficace des égalités et des décompositions.
- Si le matériel n'est utilisé que lors de la validation, ou n'est pas utilisé du tout, l'élève doit avoir construit de bonnes connaissances sur les fractions et être capable d'agir sur les écritures symboliques.

Les élèves vont aussi prendre pleinement conscience de certaines relations entre les fractions. Dans le cas présenté ici, l'élève comprend que pour soustraire $\frac{1}{2}u$ à $\frac{2}{3}u$, on n'a pas d'autre choix que de passer par la transformation en sixièmes. L'usage du matériel pour se représenter, pour tester, pour valider permet de donner du sens là où la technique de mise au même dénominateur emmène l'élève vers une procédure robotisée.

Etape 2 :

Objectif

- Conservation de l'écart.

Consigne :

« Aujourd'hui, je vais écrire une soustraction au tableau. Je vais vous demander d'ajouter ou de soustraire une fraction à chaque terme de l'opération. Si vous en avez besoin, vous pourrez la reproduire devant vous avec votre matériel et agir dessus. Notre objectif est de vérifier si le résultat reste identique, ce qui nous permettrait d'affirmer que l'écart est conservé. Effectuons ensemble ce premier exemple. »

Exemple à reproduire collectivement :

On propose l'opération suivante : $\frac{3}{4}u - \frac{1}{2}u$. On demande aux élèves d'en trouver le résultat. Ensuite, on leur propose de soustraire $\frac{1}{8}u$ à chaque terme de la soustraction et de comparer le résultat trouvé au précédent. Ils doivent alors observer qu'ils sont égaux.

Attendus et commentaires :

Le premier exemple est indispensable pour l'appropriation de l'activité. Il est traité à l'aide du matériel collectif. Dans cette situation, il est intéressant de privilégier une activité mentale et d'encourager une anticipation. Le matériel permet de valider dans un deuxième temps. Seuls les élèves en difficulté doivent être placés en condition d'utiliser le matériel tout au long de l'activité.

Si l'objectif est de construire des propriétés relatives à la conservation de l'écart, les procédures engagées par les élèves vont consolider des compétences mettant en œuvre les égalités et les décompositions de fractions.

La validation par le matériel permet donc aux élèves de s'assurer de la conservation de l'écart, ce qui est très complexe à obtenir sans celui-ci.

Exemples d'activités :

$\frac{2}{3}u - \frac{1}{2}u$	On soustrait $\frac{1}{6}u$
$\frac{5}{4}u - \frac{1}{8}u$	On ajoute $\frac{3}{4}u$

$\frac{3}{10}u - \frac{1}{5}u$	On ajoute $\frac{2}{10}u$
$\frac{9}{6}u - \frac{1}{3}u$	On soustrait $\frac{1}{6}u$

$\frac{3}{4}u - \frac{2}{8}u$	On ajoute 1 u
$\frac{9}{10}u - \frac{3}{5}u$	On ajoute $\frac{1}{2}u$

Temps de synthèse :

Dans une soustraction, on peut ajouter ou soustraire **la même quantité** à chaque terme de la soustraction sans en modifier le résultat. C'est ce qu'on appelle la conservation de l'écart.

Attention ! Cela ne fonctionne qu'avec la soustraction.

[Retour sommaire](#)

Situation 8

Mettre en relation différentes représentations.

Matériel

- Bandes unités
- Fractions de disques en plastique
- Bandes et fractions de disques imprimées
- Deux enveloppes de couleurs différentes

Objectifs :

- Mettre en relation différentes représentations

Attendus et commentaires :

L'élève doit pouvoir se représenter les fractions dans différents contextes et en relation avec différentes unités. Ici, il a l'occasion de lier directement les bandes et les disques.

Etape 1 :

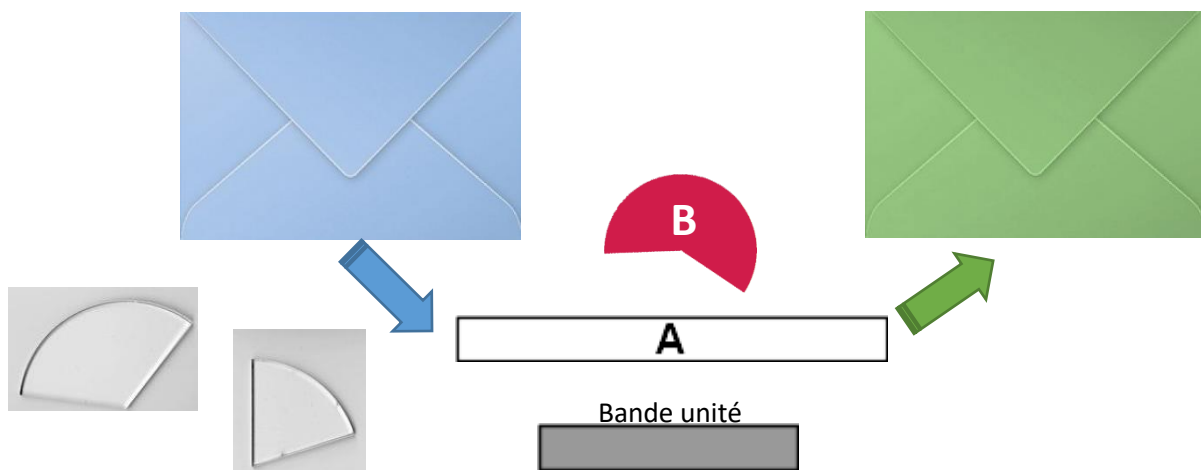
Déroulement / Organisation (Cf. fiche « Situations 8.1 ou 8.2 – Supports disques »)

Les élèves reçoivent une enveloppe avec des fractions de disques imprimées et des bandes à mesurer. Ils disposent d'une bande unité et de fractions de disque en plastique pour mesurer.



Consigne :

« Aujourd'hui, nous allons utiliser des fractions de disques et de bandes afin de percevoir des fractions d'unités différentes. Vous allez reconstituer des paires. **Chaque paire est constituée d'une bande et d'une fraction de disque imprimée.** Vous ne pouvez sortir qu'une seule bande ou fraction de disque imprimée de l'enveloppe à la fois. Pour sortir une nouvelle fraction de disque ou bande à mesurer, vous devez mettre la précédente dans une seconde enveloppe. Afin de constituer les paires, vous écrirez chaque mesure sur votre brouillon. »



Validation

La validation est menée collectivement. Des élèves font des propositions et les autres vérifient, au besoin à l'aide du matériel.

Liste des fractions proposées dans la fiche 8.1 :

$A = G = \frac{1}{2} u$	$B = F = \frac{3}{8} u$	$C = H = \frac{7}{8} u$	$D = E = \frac{3}{4} u$
-------------------------	-------------------------	-------------------------	-------------------------

Liste des fractions proposées dans la fiche 8.2 :

$I = N = \frac{7}{4} u$	$J = O = \frac{13}{8} u$	$K = P = \frac{3}{2} u$	$L = M = \frac{9}{8} u$
-------------------------	--------------------------	-------------------------	-------------------------

Etape 2 :

Déroulement / Organisation

L'enseignant propose une fraction ou une somme d'unités et de fractions de l'unité à partir de $\frac{1}{2}$, de $\frac{1}{4}$ et de $\frac{1}{8}$. A chaque fois, les élèves doivent proposer les constructions avec les 2 matériels.

Consigne :

« Vous disposez de bandes de papier, d'une bande unité et de fractions de disque en plastique. Je vais vous écrire une fraction ou une somme de fractions au tableau. Vous allez devoir découper une bande de longueur égale à la fraction et construire une fraction identique à l'aide du « kit élève ».

Attendus et commentaires :

L'objectif de cette situation est de faire prendre conscience aux élèves que la fraction d'une unité représente la même portion de cette unité, quelle que soit l'unité. Il est donc nécessaire de proposer des fractions qui permettent aux élèves de proposer une construction avec des bandes et des disques. Cette prise de conscience s'opère lors de cette séance mais aussi à chaque fois que l'enfant est confronté à d'autres unités ou à des unités de tailles différentes.

Il sera aussi intéressant d'avoir un temps d'échange avec les élèves concernant les autres fractions. Il est important qu'ils comprennent que toutes les fractions de bandes existent mais que c'est leur réalisation qui est complexe. Et donc qu'une fraction de bande ou de disque représente la même proportion, même avec $\frac{1}{5}$ ou $\frac{2}{3}$.

Etape 3 :

Déroulement / Organisation (Cf. fiche « **Situation 8.3 - Support Disques** »)

Les élèves reçoivent une planche présentant la bande unité et 4 bandes à estimer. Dans un premier temps, les élèves n'effectuent pas de mesures mais estiment visuellement la longueur de chaque bande. Ils écrivent une phrase pour chacune de ces estimations puis rangent la planche de bandes. Ensuite, ils reçoivent une enveloppe contenant 4 fractions de disques imprimées. En s'appuyant sur les messages, les élèves vont appairer les disques avec les bandes, **toujours par estimation**. Une fois les égalités trouvées, les élèves valident leurs résultats à l'aide d'une bande unité (identique à la situation 8.2) et les fractions de disque en plastique. **C'est seulement à ce moment-là que ce matériel leur est fourni.**

Consigne :

« Vous allez reconstituer des paires. Je vais d'abord vous distribuer une enveloppe et une planche sur laquelle sont représentées une bande unité et 4 bandes à estimer. Lorsque vous aurez estimé les 4 bandes et noté vos estimations, vous ouvrirez l'enveloppe afin de constituer des paires avec des fractions de disques. Vous ne pouvez sortir qu'une fraction de disque à la fois. A la fin, quand vous aurez trouvé toutes les paires, vous vérifierez avec le matériel que je vous distribuerai. »

Liste des fractions proposées dans la fiche 8.3 :

$R = Y = \frac{5}{8} u$	$S = X = \frac{5}{4} u$	$T = W = \frac{5}{2} u$	$U = V = \frac{3}{4} u$
-------------------------	-------------------------	-------------------------	-------------------------

Auto-validation

La validation se fait à l'aide du matériel.

Temps de synthèse :

Mise en relation de différentes représentations de l'unité.

Exemple : cf. « **Situation 8 - fiche de synthèse** »

[Retour sommaire](#)

Situation 9

Double et moitié

Matériel

- Fractions de disques imprimées.
- Fractions de disques en plastique.

Objectifs

- Double et moitié des fractions simples.

Etape 1 :

Déroulement / Organisation (Cf. fiche « Situation 9 - Support Disques »)

Les élèves ont sur leur table une enveloppe double. Les fractions imprimées sont placées au fond de la classe. Chaque fraction a été imprimée plusieurs fois afin de permettre à plusieurs élèves de les choisir. Les fractions sont disposées en piles de fractions identiques.

Explicitation de l'objectif et consigne :

« Aujourd'hui, nous allons chercher le double et la moitié d'une fraction. J'ai préparé 4 enveloppes différentes nommées A, B, C et D. Derrière chacune d'elles, j'ai collé une seconde enveloppe, elles sont dos à dos. Dans ces 2 enveloppes collées, j'ai placé des fractions de disques en plastique. Les deux enveloppes contiennent les mêmes fractions. Vous allez ouvrir une seule enveloppe et trouver la valeur de son contenu. Ensuite vous allez chercher, sur la table au fond de la classe, la fraction imprimée qui a la même valeur que le contenu des 2 enveloppes réunies. Vous revenez alors à votre place et vous vérifiez en sortant le contenu des 2 enveloppes. Ensuite, vous écrivez l'égalité correspondante sur votre cahier. Vous pouvez alors échanger votre enveloppe avec des camarades afin de faire une nouvelle recherche. »



Liste des fractions proposées dans la fiche « Situation 9 - Supports Disques - 9.1 » :

$E = \frac{1}{4} u$	$F = \frac{1}{3} u$	$G = \frac{2}{5} u$	$H = \frac{3}{4} u$
---------------------	---------------------	---------------------	---------------------

Auto-validation

La validation se fait lorsque la fraction imprimée est parfaitement recouverte par le contenu des deux enveloppes.

Attendus et commentaires :

Cette étape (ainsi que la suivante) permet aux élèves d'associer les doubles et les moitiés par la manipulation et par la représentation mentale. Les élèves ont accès à une fraction et doivent se représenter une fraction identique puis la fraction qui représente le double en associant les deux premières. L'expérience manipulatoire et mentale proposée ici permet aux élèves d'avoir un meilleur contrôle des procédures et des faits mathématiques relatifs aux doubles et moitié.

Etape 2 :

Déroulement / Organisation (Cf. fiche « **Situation 9 - Supports Disques - 9.2** »)

Les élèves ont sur leur table une enveloppe contenant des fractions de disques imprimées. Les kits sont placés au fond de la classe, rangés en paquets de fractions identiques.

Consigne :

« Vous allez recevoir une feuille sur laquelle sont représentées des fractions de disques. Pour chacune d'elles, vous trouverez deux fractions identiques qui vous permettront de la reconstituer. Pour cela, vous pouvez utiliser votre kit ou essayer de vous en passer et travailler uniquement mentalement. Ensuite, vous allez chercher les pièces nécessaires sur la table au fond de la classe. Vous revenez enfin à votre place, vous vérifiez en plaçant les 2 fractions sur la fraction imprimée et vous écrivez l'égalité correspondante sur votre cahier. »

Liste des fractions proposées dans la fiche « **Situation 9 - Supports Disques - 9.2** » :

$I = \frac{2}{3} u$	$J = \frac{3}{5} u$	$K = \frac{3}{2} u$	$L = \frac{5}{3} u$
---------------------	---------------------	---------------------	---------------------

Auto-validation

La validation se fait lorsque la fraction imprimée est parfaitement recouverte par les pièces en plastique.

Temps de synthèse :

Doubles et moitiés.

Exemples :

$\frac{1}{4} u$ est la moitié de $\frac{1}{2} u$, $\frac{3}{4} u$ est le double de $\frac{3}{8} u$, $\frac{3}{10} u$ est la moitié de $\frac{3}{5} u$, $\frac{1}{3} u$ est le double de $\frac{1}{6} u$,...

Etape 3 :

Déroulement / Organisation

Dans cette étape, l'enseignant propose des fractions oralement. Les élèves recherchent la moitié et/ou le double de la fraction proposée. Le matériel reste disponible comme moyen de différenciation pour certains élèves ainsi que pour valider certaines propositions.

[Retour sommaire](#)

Situation 10

Ordonner plusieurs bandes en utilisant les mesures effectuées séparément sur chacune

Objectifs

- Ordonner des fractions.
- Construire des égalités élémentaires.

Matériel (voir fichiers joints : « Situation 10 - Supports Disques »)

- Bande unité (grise : à découper le plus précisément possible).
- 6 à 8 bandes à mesurer (A B C D E F / G H) découpées séparément et placées dans une enveloppe.
- Support de prises de notes (cahier ou feuille indépendante).
- 1 seconde enveloppe vide.

Dispositif et activité

Les élèves reçoivent une enveloppe avec les 6, 7 ou 8 bandes placées à l'intérieur.

Ils doivent chercher à écrire les lettres des bandes dans un ordre croissant ou décroissant des longueurs.

Ils ne peuvent sortir qu'une seule bande de l'enveloppe à la fois. Ils doivent effectuer des mesures avec la bande unité. Quand ils veulent sortir une nouvelle bande, ils doivent mettre la précédente à l'écart (par exemple dans une seconde enveloppe).

On veillera à ce que les bandes ne soient mesurées qu'à l'aide de la bande unité ; ils ne devront pas tracer la longueur sur un support papier.

Déroulement

Consigne :

« Aujourd'hui, nous allons apprendre à ranger des fractions.

Vous allez mesurer les bandes de l'enveloppe pour les ranger par ordre croissant. Vous pouvez sortir et mesurer qu'une seule bande à la fois. Vous devrez remettre la bande mesurée dans l'enveloppe avant d'en sortir une autre. Vous conservez une trace de chaque mesure effectuée.

Lorsque vous avez terminé, vous validez vos choix en sortant la planche de l'enveloppe. »

Attendus et commentaires :

Les mesures des élèves vont entraîner la production d'écritures diverses et les élèves auront donc à construire des relations entre les différentes écritures. Ils pourront par exemple avoir à établir que :

$$\frac{3}{2}u = 1u + \frac{1}{2}u, \text{ que } \frac{7}{4}u = 1u + \frac{3}{4}u \text{ avant d'arriver à conclure que } \frac{3}{2}u < \frac{7}{4}u$$

Ou que : $\frac{3}{2}u = \frac{6}{4}u$ pour arriver à la même conclusion.

Temps de synthèse :

Règles de comparaison des fractions.

Comparaison à l'unité.

Ordre des fractions simples.

Auto-validation

Quand ils pensent avoir terminé le classement, les élèves peuvent ressortir toutes les bandes pour valider.

Situation 10 – support 1 – 8 bandes								
U = 6 cm								
Bandes	A	D	G	E	C	B	F	H
Longueur en cm	3 cm	4,5 cm	7,5 cm	9 cm	10,5 cm	13,5 cm	15 cm	16,5 cm
Expression(s) attendue(s)	$\frac{1}{2} u$	$\frac{3}{4} u$	$\frac{5}{4} u$	$\frac{3}{2} u$	$\frac{7}{4} u$	$2 u + \frac{1}{4} u$	$\frac{5}{2} u$	$2 u + \frac{3}{4} u$

Situation 10 – support 2 – 8 bandes								
U = 8 cm								
Bandes	F	G	B	E	H	A	C	D
Longueur en cm	2 cm	4 cm	6 cm	7 cm	9 cm	10 cm	13 cm	14 cm
Expression(s) attendue(s)	$\frac{1}{4} u$	$\frac{1}{2} u$	$\frac{3}{4} u$	$\frac{7}{8} u$	$\frac{9}{8} u$	$\frac{5}{4} u$	$\frac{13}{8} u$	$\frac{7}{4} u$

Situation 10 – support 3 – 7 bandes							
U = 16 cm							
Bandes	C	G	F	A	D	E	B
Longueur en cm	2 cm	4 cm	6 cm	8 cm	10 cm	12 cm	14 cm
Expression(s) attendue(s)	$\frac{1}{8} u$	$\frac{1}{4} u$	$\frac{3}{8} u$	$\frac{1}{2} u$	$1 u + \frac{5}{8} u$	$\frac{3}{4} u$	$\frac{7}{8} u$

Situation 10 – support 4 – 8 bandes								
U = 12 cm								
Bandes	D	H	G	F	B	C	E	A
Longueur en cm	3 cm	4,5 cm	6 cm	10,5 cm	13,5 cm	15 cm	16,5 cm	18 cm
Expression(s) attendue(s)	$\frac{1}{4} u$	$\frac{3}{8} u$	$\frac{1}{2} u$	$\frac{7}{8} u$	$\frac{9}{8} u$	$1 u + \frac{1}{4} u$	$1 u + \frac{3}{8} u$	$1 u + \frac{1}{2} u$

[Retour sommaire](#)

Situation 11

Ordonner les fractions de disques par leur taille. Comparer les grandeurs.

Matériel

- Disques imprimés dans une enveloppe.
- Fractions de disques en plastique.
- 2 enveloppes de couleurs différentes.

Objectifs

- Estimer la grandeur d'une fraction de disque.
- Comparer des fractions de disques.
- Ordonner les grandeurs.

Attendus et commentaires :

Cette situation va engager les élèves dans des tâches de comparaison. Ils vont utiliser leurs connaissances et mettre en œuvre des procédures construites au cours des situations précédentes. Pour autant, ils vont devoir atteindre un nouvel objectif : ordonner des fractions.

Pour comparer sans recourir à la mise au même dénominateur, il est nécessaire de comparer des fractions qui ont le même numérateur ou le même dénominateur

(sauf dans les cas évidents : ex : $\frac{3}{5} < 1 < \frac{6}{4}$; ou $\frac{3}{8} < \frac{4}{5}$).

Les procédures de comparaison engagées vont permettre de construire des compétences de façon plus ou moins consciente. L'enseignant s'attachera donc à accompagner les élèves afin de leur permettre d'explicitier les enjeux et les procédures efficaces.

Exemples :

$\frac{3}{5} < 1$ car le numérateur est inférieur au dénominateur (ou $\frac{7}{4} > 1$ car...);

$\frac{3}{5} < \frac{4}{5}$ car les dénominateurs sont égaux et $3 < 4$;

$\frac{3}{8} < \frac{3}{4}$ car les numérateurs sont égaux et $8 > 4$;

$\frac{3}{6} < \frac{4}{5}$ car $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ et $\frac{1}{2} < \frac{4}{5}$;

$\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$ car $\frac{1}{4} = \frac{2}{8}$;

Pour comparer $\frac{5}{8}$ et $\frac{3}{4}$, je peux dire que $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$ et comparer $\frac{5}{8}$ et $\frac{6}{8}$.

Dans l'étape 2, il n'est pas nécessaire que les élèves trouvent la valeur exacte de chaque pièce, il peut même être intéressant qu'ils se réfèrent à des fractions connues pour faciliter le travail de comparaison.

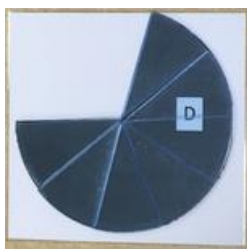
Étape 1 :

Déroulement / Organisation (Cf. fiche « Situation 11 - 11.1 - Support Disques »)

Dans cette étape, les élèves effectuent des mesures avec les fractions de disques en plastique. Ils vont écrire chaque mesure sur leur ardoise ou leur cahier. Quand ils veulent mesurer une nouvelle fraction de disque imprimée, ils doivent mettre la précédente à l'écart ou dans une seconde enveloppe.

Explicitation de l'objectif et consigne :

« Aujourd'hui, nous allons apprendre à comparer des fractions afin de les ordonner (de la plus petite à la plus grande). Dans une enveloppe, vous trouverez des fractions de disques imprimées. Vous sortez les fractions une par une et vous **les mesurez** à l'aide de votre kit. Vous notez chaque mesure sur votre brouillon. Lorsque vous avez terminé, vous ordonnez les fractions à partir de vos mesures écrites. »



Liste des fractions proposées dans la fiche « Situation 11.1 » :

$A = \frac{1}{2} u$	$B = \frac{3}{5} u$	$C = \frac{1}{6} u$	$D = \frac{7}{10} u$	$E = \frac{1}{5} u$	$F = \frac{2}{3} u$
---------------------	---------------------	---------------------	----------------------	---------------------	---------------------

Variables

- Le nombre et la valeur des fractions imprimées.
- Les valeurs des fractions de disques en plastique mises à disposition des élèves.

Étape 2 :

Déroulement / Organisation (Cf. fiche « Situation 11.2 - Support Disques »)

Dans cette étape, on propose une variable où les élèves sont placés face à un obstacle qui va les inciter à construire une représentation mentale des fractions. Pour cela, les élèves vont devoir classer les éléments sans recourir au matériel. Ils doivent donc prendre des repères mentaux par rapport à des fractions qu'ils sont déjà capables de se représenter.

Consigne :

« A nouveau, vous allez ordonner les fractions de disque de la plus petite à la plus grande. Vous sortez les fractions une par une et vous **en estimez** la mesure. Vous notez chaque mesure sur votre brouillon. Lorsque vous avez terminé, vous ordonnez les fractions à partir de vos mesures écrites. »

Remarque : Pour que ceci soit réalisable, il est nécessaire que les éléments choisis soient clairement distincts.

Liste des fractions proposées dans la fiche « Situation 11.2 » :

$G = \frac{2}{3} u$	$H = \frac{1}{4} u$	$I = \frac{9}{10} u$	$J = \frac{1}{3} u$	$K = \frac{4}{5} u$	$L = \frac{2}{5} u$
---------------------	---------------------	----------------------	---------------------	---------------------	---------------------

Auto-validation

Quand les élèves pensent avoir réussi à ordonner les fractions, ils peuvent les sortir de l'enveloppe. La validation se fera par comparaisons successives.

Étape 3 :

Déroulement / Organisation

Cette étape va se dérouler collectivement et à l'oral. Les élèves ont leur ardoise. L'objectif est de leur permettre d'explicitier et de conscientiser les procédures de comparaison (cf. « Attendus et commentaires »).

Exemples d'activités à mener :

- Comparer deux fractions données oralement ;
- Trouver une fraction plus petite ou plus grande ;
- Dire si une fraction est plus grande ou plus petite que l'unité ;
- Trouver une fraction plus grande ou plus petite que l'unité ;
- Donner une fraction égale à une autre ;

Attendus et commentaires :

Cette étape 3 doit permettre le partage de procédures efficaces s'appuyant sur des faits mathématiques. C'est une première étape avant le temps de synthèse qui va institutionnaliser les connaissances.

Temps de synthèse :

Règles de comparaison des fractions.

Comparaison à l'unité.

Ordre des fractions simples.

Exemples : $\frac{1}{2} u > \frac{1}{3} u > \frac{1}{4} u > \frac{1}{5} u > \dots$, ou $\frac{5}{6} u > \frac{4}{6} u > \frac{3}{6} u > \frac{2}{6} u > \dots$,

[Retour sommaire](#)

Situation 12

Comparer plusieurs fractions de disques pour reconstituer des paires.

Matériel

- Disques imprimés sur feuilles.
- Fractions de disques en plastique.
- 1 enveloppe.

Objectifs

- Trouver la mesure d'une fraction de disque imprimée.
- Comparer des fractions de disques sans recourir à la comparaison directe.

Déroulement / Organisation (Cf. fiche « Situation 12 - Support Disques »)

Les élèves reçoivent une feuille A sur laquelle 5 fractions de disques sont imprimées. Ils reçoivent aussi une enveloppe contenant une feuille B sur laquelle sont imprimées 5 fractions de disques identiques à celles de la feuille A.

Attendus et commentaires :

Proposée ici dans une vision spiralaire de la progression, cette situation peut permettre à certains élèves de retrouver une activité de simple mesure. Cette activité n'est pas forcément nécessaire pour tous les élèves, surtout en CM2.

Consigne :

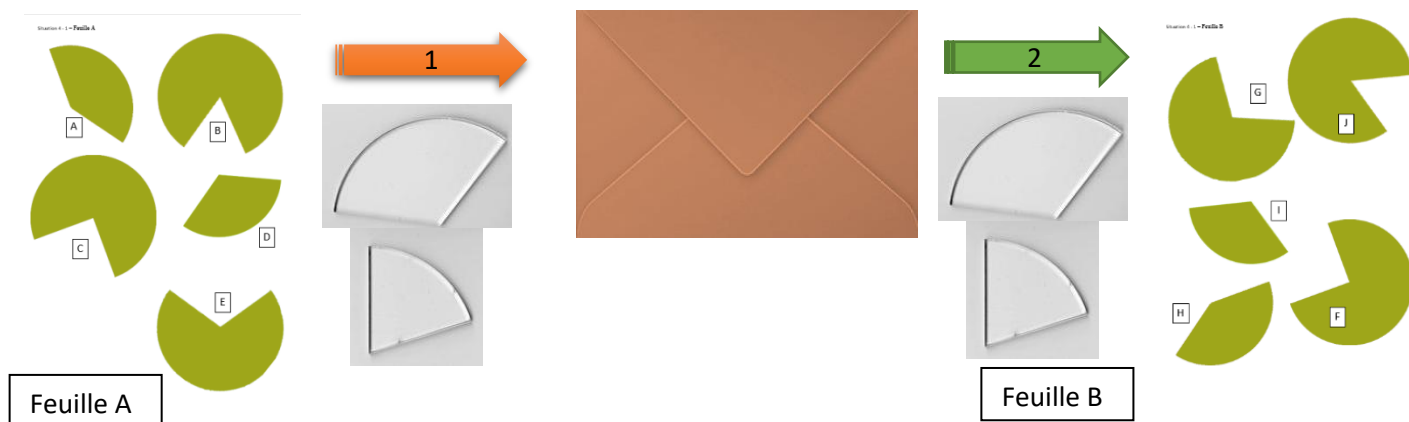
« Vous devez reconstituer des paires. Vous pouvez effectuer vos mesures avec le matériel et écrire chaque mesure au brouillon. Vous aurez accès à la feuille B lorsque vous aurez terminé le travail sur la feuille A. »

Liste des fractions proposées dans la fiche :

$A = H = \frac{2}{5} u$	$B = J = \frac{5}{6} u$	$C = F = \frac{3}{4} u$	$D = I = \frac{1}{3} u$	$E = G = \frac{7}{10} u$
-------------------------	-------------------------	-------------------------	-------------------------	--------------------------

Aide à l'organisation matérielle et à la mise en activité des élèves

Ce schéma peut-être reproduit au tableau pendant la passation de la consigne pour faciliter l'explicitation de la tâche et en conserver une trace que les élèves peuvent consulter en cours d'activité.



Variables

- Le nombre de paires.

- La valeur des fractions imprimées.
- Les valeurs des fractions de disques en plastique mises à disposition des élèves.

Auto-validation

Quand les élèves pensent avoir réussi à reconstituer les paires, ils juxtaposent les deux feuilles et vérifient à l'aide des fractions de disques en plastique, en mesurant chacune des fractions constituant les paires. (On pourrait aussi envisager l'impression de la feuille B sur papier transparent afin de permettre une validation par superposition des deux feuilles).

[Retour sommaire](#)

Situation 13

Complémentations à l'unité. Chercher le complément à une fraction de disque imprimé.

Matériel

- Fractions de disques imprimées.
- Fractions de disques en plastique.

Objectifs

- Construire les compléments à l'unité.

Déroulement / Organisation

Les élèves ont devant eux des fractions de disques imprimées. Ils vont devoir trouver le complément à l'unité de chacune d'entre elles.

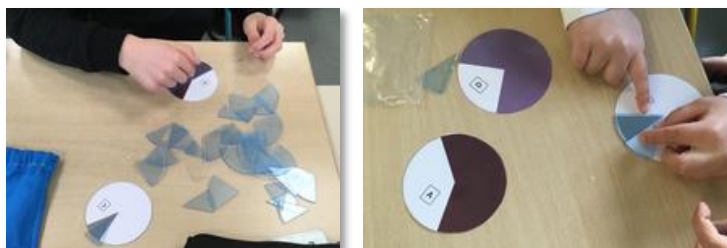
Attendus et commentaires :

Dans les 3 étapes, il ne s'agit pas de mesurer la partie blanche (le complémentaire) avec les disques mais bien de trouver sa valeur à partir de celle de la partie colorée. Il s'agit ici de faire percevoir à l'élève les deux parties complémentaires. Cette activité s'appuie sur une première étape manipulative puis sur un travail d'estimation et de représentation mentale. Les échanges oraux ou écrits permettront de développer ou de renforcer un lexique commun.

Etape 1 :

Déroulement / Organisation (Cf. fiche « Situation 13 - 13.1 - Support Disques »)

Dans cette étape, les élèves peuvent effectuer des mesures avec les fractions de disques en plastique.



Consigne :

« Vous allez devoir trouver la mesure complémentaire de chaque fraction de disque imprimée. Pour constituer chaque disque, vous allez travailler en binômes. Un élève mesure la partie imprimée et indique à son partenaire la valeur du complément. Une fois que le deuxième élève a construit le complément à l'aide des fractions de disque en plastique, les élèves peuvent procéder à la validation à l'aide du matériel. Sur votre ardoise, vous écrivez chaque mesure et son complément sous la forme : $\frac{1}{5} u + \frac{4}{5} u = 1 u$ »

Liste des fractions proposées dans la fiche 13.1 (partie blanche) :

$A = \frac{2}{5} u$	$B = \frac{1}{3} u$	$C = \frac{9}{10} u$	$D = \frac{1}{4} u$
---------------------	---------------------	----------------------	---------------------

Etape 2 :

Déroulement / Organisation (Cf. fiche « Situation 13 - 13.2 - Support Disques »)

L'enseignant propose ici une série d'activités sur l'ardoise :

- Proposer 2 fractions complémentaires.
- Trouver le complément d'une fraction.

Temps de synthèse :

Compléments à l'unité.

Exemples : $\frac{1}{4}u + \frac{3}{4}u = 1u$, $\frac{1}{3}u + \frac{2}{3}u = 1u$,...

Etape 3 :

Attendus et commentaires :

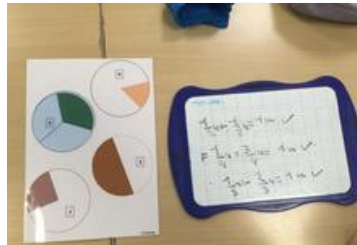
Il est conseillé de mettre en œuvre cette situation dans une séance spécifique car l'organisation des pièces est différente. Les « kits élèves » sont répartis dans des boîtes identifiées par type de fraction en début de séance. En fin de séance, les élèves reforment les kits.

Déroulement / Organisation (Cf. fiche « **Situation 13 - 13.3 - Support Disques** »)

Dans cette étape, on propose une variable où les élèves sont placés face à un obstacle qui va les amener à construire une représentation mentale des fractions. En binômes, les élèves décident de la valeur du complément (partie blanche).

Consigne :

« Vous allez devoir **estimer** la mesure de chaque partie des disques imprimés. La partie colorée et la partie blanche sont complémentaires. Lorsque vous aurez décidé de la valeur de chacune des deux parties, vous irez chercher les pièces nécessaires pour reconstituer votre disque vers un des banquiers (ou dans les boîtes préparées à cet effet). Vous revenez alors à votre place pour vérifier par superposition. En cas d'erreur, vous ajustez et vous faites une nouvelle commande, jusqu'à trouver les bonnes mesures. Sur votre ardoise, vous écrivez chaque mesure et son complément sous la forme : $\frac{1}{5}u + \frac{4}{5}u = 1u$. »



Liste des fractions proposées dans la fiche 13.2 (partie blanche) :

$E = \frac{1}{2}u$	$F = \frac{3}{4}u$	$G = \frac{2}{3}u$	$H = \frac{5}{6}u$
--------------------	--------------------	--------------------	--------------------

Liste des fractions proposées dans la fiche 13.3 (partie blanche) :

$I = \frac{5}{8}u$	$J = \frac{7}{10}u$	$K = \frac{4}{5}u$	$L = \frac{2}{9}u$
--------------------	---------------------	--------------------	--------------------

Auto-validation

La validation se fait lorsque les compléments des fractions de disques sont recouverts.

[Retour sommaire](#)

Situation 14

Trouver les différentes compositions de l'unité.

Matériel

- Fractions de disques en plastique.

Objectifs

- Identifier des fractions égales.
- Construire des compléments à l'unité. Composer l'unité avec différentes fractions.
- Découvrir les sommes de fractions.

Déroulement / Organisation

Les élèves ont devant eux une sélection ou l'ensemble (selon les cas listés ci-dessous) des fractions de disques en plastique dont ils disposent. L'objectif la séance ne porte pas sur l'organisation de données et la recherche de tous les cas. Il est préférable de fournir ou de construire avec les élèves le tableau qui leur permettra de lister les différentes solutions.

Consigne :

« Vous allez devoir reconstituer le disque unité à l'aide des fractions de disques en plastique. Vous écrirez sur une feuille chacune des compositions que vous trouverez. L'objectif de la classe est de trouver l'ensemble des compositions possibles. »

Attendus et commentaires :

Les élèves vont utiliser des écritures avec des sommes de fractions. Lors des deux premières années du cycle 3, l'objectif n'est pas de travailler la technique opératoire de la somme de fractions. Par l'intermédiaire des situations proposées, les élèves mettent en œuvre des procédures, manipulent des objets, se représentent mentalement des fractions, des compléments, des sommes... afin de faciliter la construction des concepts abstraits.

Utiliser l'ensemble des disques rend la tâche de validation plus difficile. En effet, certaines compositions peuvent paraître justes lorsqu'on construit le disque mais l'erreur est suffisamment petite pour qu'elle soit indécélable à l'aide du matériel. Le calcul est alors le seul moyen de validation possible. Ce calcul va s'appuyer sur une mise au même dénominateur qui doit être réservée aux élèves du collège. Pour les élèves de CM, il est donc préférable de limiter la recherche des solutions possibles en utilisant certains disques seulement.

Voici quelques propositions :

Cas 1 :

On propose aux élèves d'utiliser les fractions : $\frac{1}{2}$ u, $\frac{1}{4}$ u, $\frac{1}{8}$ u.

Compositions	N°1	N°2	N°3	N°4	N°5	N°6	N°7	N°8	N°9
$\frac{1}{2}$	2	1	1	1					
$\frac{1}{4}$		2	1		4	3	2	1	
$\frac{1}{8}$			2	4		2	4	6	8

Cas 2 : On propose aux élèves d'utiliser les fractions : $\frac{1}{3}$ u, $\frac{1}{6}$ u.

Compositions	N°1	N°2	N°3	N°4
$\frac{1}{3}$	3	2	1	
$\frac{1}{6}$		2	4	6

Cas 3 : On propose aux élèves d'utiliser les fractions : $\frac{1}{2}$ u, $\frac{1}{5}$ u, $\frac{1}{10}$ u.

Compositions	N°1	N°2	N°3	N°4	N°5	N°6	N°7	N°8	N°9	N°10
$\frac{1}{2}$	2	1	1	1						
$\frac{1}{5}$		2	1		5	4	3	2	1	
$\frac{1}{10}$		1	3	5		2	4	6	8	10

Cas 4 : On propose aux élèves d'utiliser les fractions : $\frac{1}{2}$ u, $\frac{1}{3}$ u, $\frac{1}{4}$ u, $\frac{1}{5}$ u.

Compositions	N°1	N°2	N°3	N°4	N°5
$\frac{1}{2}$	2	1			
$\frac{1}{3}$			3		
$\frac{1}{4}$		2		4	
$\frac{1}{5}$					5

Cas 5 : On propose aux élèves d'utiliser les fractions : $\frac{1}{3}$ u, $\frac{1}{4}$ u, $\frac{1}{5}$ u, $\frac{1}{6}$ u.

Compositions	N°1	N°2	N°3	N°4	N°5	N°6	N°7	N°8
$\frac{1}{3}$	3	2	1	1				
$\frac{1}{4}$			2		4	2		
$\frac{1}{5}$							5	
$\frac{1}{6}$		2	1	4		3		6

Temps de synthèse :

Décompositions / Recompositions de l'unité. Les exemples sont choisis parmi les cas traités.

Validation

La validation se fait lorsque toutes les écritures ont été mises en commun. Les échanges à l'oral et en grand groupe vont permettre de mettre en relation les différentes écritures. Le matériel sert à la validation des propositions. **Les élèves sont régulièrement invités à vérifier les autres propositions à l'aide du matériel.**

[Retour sommaire](#)

En utilisant tous les fractions disponibles et en comptant le disque unité, il existe 46 compositions possibles.
Cf. tableau ci-dessous. **Réserver cette possibilité aux élèves de fin de cycle 3.**

Compositions	1	1/2	1/3	1/4	1/5	1/6	1/8	1/10
N°1	1							
N°2		2						
N°3		1	1			1		
N°4		1		2				
N°5		1		1			2	
N°6		1			2			1
N°7		1			1			3
N°8		1				3		
N°9		1					4	
N°10		1						5
N°11			3					
N°12			2			2		
N°13			1	2		1		
N°14			1	1		1	2	
N°15			1		2	1		1
N°16			1		1	1		3
N°17			1			4		
N°18			1			1	4	
N°19			1			1		5
N°20				4				
N°21				3			2	
N°22				2	2			1
N°23				2	1			3
N°24				2		3		
N°25				2			4	
N°26				2				5
N°27				1	2		2	1
N°28				1	1		2	3
N°29				1		3	2	
N°30				1			6	
N°31				1			2	5
N°32					5			
N°33					4			2
N°34					3			4
N°35					2	3		1
N°36					2		4	1
N°37					2			6
N°38					1	3		3
N°39					1		4	3
N°40					1			8
N°41						6		
N°42						3	4	
N°43						3		5
N°44							8	
N°45							4	5
N°46								10

[Retour sommaire](#)

Situation 15

Parmi plusieurs mesures écrites, rechercher celles qui désignent des longueurs égales.

Matériel

- Bande unité commune à tous les élèves.
- Séries de longueurs écrites sous formes de sommes d'entiers et de fractions simples.
- Bandes prédécoupées de même largeur que les bandes de référence.

Dispositif et activité

Une liste de longueurs est présentée aux élèves. Ils doivent anticiper pour identifier celles qui désignent la même longueur. Dans cette phase, ils peuvent recourir à l'écrit ou s'appuyer sur une gestion mentale. Ils doivent toutefois indiquer quelles sont les écritures désignant des longueurs égales.

Attendus et commentaires :

En troisième année de cycle 3, on axera le travail sur les algorithmes de résolution et le matériel sera un outil permettant de contrôler l'activité menée mentalement ou par le calcul.

Plus tôt dans le cycle, la situation pourra permettre de préparer ces algorithmes par la manipulation ou la gestion mentale. Il n'est pas question de travailler les techniques relatives à la somme de fractions mais de permettre aux élèves de rencontrer des écritures, de manipuler physiquement ou mentalement les fractions afin de parvenir aux égalités. Le résultat de la somme n'est pas le plus important, ce sont les procédures engagées par les élèves pour établir les égalités qui nous intéressent.

Les cases « corrigés » sont indiquées sur la feuille ci-dessous pour permettre aux enseignants d'accéder rapidement aux réponses. Une feuille destinée à la distribution des séries aux élèves est proposée dans les

Validation

Les élèves ont la possibilité de recourir à la manipulation pour construire les bandes et étayer les justifications écrites et/ou orales.

Exemple de fiche de travail : Cf. fiches proposées ci-dessous.

Série A : Additions simples de $\frac{x}{2}$, $\frac{x}{4}$ et $\frac{x}{8}$

Série B : Additions simples de $\frac{x}{2}$, $\frac{x}{4}$ et $\frac{x}{8}$

Série C : Additions et soustractions de $\frac{x}{2}$, $\frac{x}{4}$ et $\frac{x}{8}$; compléments à l'unité ; intrus ; fraction $\frac{3}{8}$

Série D : Additions et $\frac{x}{2}$, $\frac{x}{4}$ et $\frac{x}{8}$; numérateur de grande taille

Série E : Additions et soustractions de $\frac{x}{2}$, $\frac{x}{4}$ et $\frac{x}{8}$

Série F : Additions et soustractions de $\frac{x}{2}$, $\frac{x}{4}$ et $\frac{x}{8}$; additions soustractions de fraction au même dénominateur. Abstraction et règles sur les additions de fractions. Commutativité.

Autre proposition d'activité :

Trouver le plus possible d'écritures d'une fraction. La validation pourra se faire par la construction ou / et par les échanges entre pairs.

[Retour sommaire](#)

Série A :

$$A = 2u + \frac{1}{2}u$$

$$B = 1u + \frac{1}{2}u + \frac{1}{4}u$$

$$C = \frac{3}{2}u + 1u$$

$$D = \frac{3}{2}u + \frac{1}{2}u$$

$$E = \frac{1}{2}u + \frac{5}{4}u$$

$$F = 1u + \frac{6}{8}u + \frac{1}{4}u$$

Corrigé A :

$$A = \frac{5}{2}u$$

$$B = \frac{7}{4}u$$

$$C = \frac{5}{2}u$$

$$D = 2u$$

$$E = \frac{7}{4}u$$

$$F = 2u$$

Série B :

$$A = \frac{1}{4}u + \frac{9}{2}u + \frac{3}{4}u$$

$$B = \frac{3}{8}u + \frac{5}{8}u + \frac{3}{4}u$$

$$C = \frac{4}{2}u + 2u$$

$$D = 3u + \frac{5}{2}u$$

$$E = \frac{1}{4}u + \frac{3}{4}u + \frac{6}{8}u$$

$$F = 1u + \frac{6}{8}u$$

Corrigé B :

$$A = \frac{11}{2}u$$

$$B = \frac{7}{4}u$$

$$C = 4u$$

$$D = \frac{11}{2}u$$

$$E = 4u$$

$$F = \frac{7}{4}u$$

Série C :

$$A = \frac{3}{4}u + \frac{8}{8}u + \frac{1}{4}u$$

$$B = \frac{5}{8}u + \frac{3}{2}u + \frac{3}{8}u$$

$$C = 2u + \frac{4}{4}u - \frac{1}{2}u$$

$$D = \frac{3}{2}u + \frac{5}{2}u - \frac{3}{2}u$$

$$E = \frac{2}{8}u + \frac{3}{3}u + \frac{6}{8}u$$

$$F = 2u + \frac{1}{8}u$$

Corrigé C :

$$A = 2u$$

$$B = \frac{5}{2}u$$

$$C = \frac{5}{2}u$$

$$D = \frac{5}{2}u$$

$$E = 2u$$

$$F = \frac{17}{8}u$$

Série D :

$$A = \frac{3}{2}u + \frac{5}{4}u$$

$$B = \frac{3}{2}u + \frac{3}{8}u + \frac{3}{4}u$$

$$C = \frac{5}{2}u + \frac{2}{4}u$$

$$D = 2u + \frac{3}{4}u$$

$$E = \frac{1}{2}u + \frac{3}{4}u + 1u + \frac{6}{8}u$$

$$F = \frac{22}{8}u$$

Corrigé D :

$$A = \frac{11}{4}u$$

$$B = \frac{9}{4}u$$

$$C = 3u$$

$$D = \frac{11}{4}u$$

$$E = 3u$$

$$F = \frac{11}{4}u$$

Série E :

$$A = \frac{1}{2}u + \frac{1}{4}u$$

$$B = \frac{1}{2}u - \frac{1}{8}u + \frac{1}{4}u - \frac{1}{8}u$$

$$C = \frac{5}{2}u - \frac{14}{8}u$$

$$D = 1u - \frac{1}{4}u$$

$$E = \frac{3}{8}u + \frac{1}{4}u - \frac{1}{8}u$$

$$F = 1u - \frac{1}{8}u - \frac{1}{4}u$$

Corrigé E :

$$A = \frac{3}{4}u$$

$$B = \frac{1}{2}u$$

$$C = \frac{3}{4}u$$

$$D = \frac{3}{4}u$$

$$E = \frac{1}{2}u$$

$$F = \frac{5}{8}u$$

Série F :

$$A = \frac{15}{2}u - \frac{10}{2}u$$

$$B = \frac{5}{8}u + \frac{1}{4}u - \frac{1}{8}u$$

$$C = \frac{3}{8}u - \frac{3}{4}u + \frac{6}{6}u + \frac{15}{8}u$$

$$D = \frac{6}{6}u - \frac{1}{4}u + \frac{14}{8}u$$

$$E = 4u - \frac{1}{4}u - \frac{4}{8}u - \frac{5}{2}u$$

$$F = 3u + \frac{1}{8}u$$

Corrigé F :

$$A = \frac{5}{2}u$$

$$B = \frac{3}{4}u$$

$$C = \frac{5}{2}u$$

$$D = \frac{5}{2}u$$

$$E = \frac{3}{4}u$$

$$F = \frac{25}{8}u$$



Situation 16

Décomposition/Recomposition et Encadrement de fractions simples et décimales

Matériel

- Fractions de disques imprimées.
- Fractions de disques en plastique.

Objectifs

- Décomposer une fraction en somme de fractions simples.
- Décomposer une fraction en somme de fractions décimales.
- Encadrer une fraction par deux entiers consécutifs.

Attendus et commentaires :

Pour trouver un encadrement entre deux entiers consécutifs, les élèves vont être amenés à décomposer mentalement les fractions proposées. Le matériel sera utile lors de la validation des encadrements mais aussi comme aide à la représentation pour les élèves qui en expriment le besoin.

L'objectif à travers cette activité est de donner un caractère concret aux décompositions de fractions en s'appuyant sur le matériel et la représentation mentale afin que le travail algorithmique proposé ensuite puisse s'exercer par l'élève avec un contrôle accru de l'activité qu'il mène.

Etape 1 :

Déroulement / Organisation (Cf. fiche « Situation 16 - Support Disques »)

Travail collectif à l'oral. Les élèves écrivent leur réponse sur ardoise. Ils disposent aussi d'une feuille de disques pour validation.

Explicitation de l'objectif et consigne :

« Aujourd'hui, nous allons apprendre à encadrer une fraction entre deux entiers consécutifs. Je vous propose d'abord une première activité. Je vais vous donner une fraction à l'oral. Vous allez me dire combien de disques unité sont contenus dans cette fraction. ».

Fractions étudiées :

$A = \frac{5}{4} u$	$B = \frac{5}{3} u$	$C = \frac{2}{3} u$	$D = \frac{6}{2} u$	$E = \frac{10}{3} u$
---------------------	---------------------	---------------------	---------------------	----------------------

Etape 2 :

Déroulement / Organisation (Cf. fiche « Situation 16 - Support Disques »)

Travail collectif à l'oral. Les élèves écrivent leur réponse sur ardoise. Ils disposent aussi d'une feuille de disques pour validation.

Consigne :

« Je vais vous donner des fractions à l'oral, vous allez me dire si elles sont comprises entre 0 et 1, 1 et 2, 2 et 3, etc. unités. Je vous demande de faire ce travail mentalement. Si vous n'y parvenez pas, vous pouvez utiliser votre « kit ». Pour chaque fraction, vous écrirez l'encadrement que vous avez trouvé de la façon suivante :

$1 u < \frac{4}{3} u < 2 u$ ».

Fractions étudiées :

$A = \frac{3}{2} u$	$B = \frac{5}{3} u$	$C = \frac{9}{4} u$	$D = \frac{4}{5} u$	$E = \frac{7}{2} u$
---------------------	---------------------	---------------------	---------------------	---------------------

Etape 3 :

Déroulement / Organisation (Cf. fiche « Situation 16 - Support Disques »)

Travail collectif à l'oral. Les élèves écrivent leur réponse sur ardoise. Ils disposent aussi d'une feuille de disques pour validation

Consigne :

« Nous allons maintenant décomposer les fractions. C'est-à-dire que nous allons les écrire comme la somme de disques entiers et de fractions de disques. Je vous demande de faire ce travail mentalement. Si vous n'y parvenez pas, vous pouvez utiliser votre « kit ». Pour chaque fraction, vous écrirez la décomposition que vous avez trouvé de la façon suivante : $\frac{7}{3} u = 2 u + \frac{1}{3} u$ ».

Attendus et commentaires :

Des exemples nombreux doivent être proposés par le maître. Cette activité peut être répétée sous forme de rituels pendant une période. Les fractions, d'abord simples et facilement représentables laisseront progressivement la place à des fractions dont le numérateur est trop élevé pour permettre la manipulation ou la représentation. Ceci afin que les élèves se retrouvent à devoir construire des règles de calcul pour trouver les décompositions.

On pourra aussi demander aux élèves de faire leurs propres propositions.

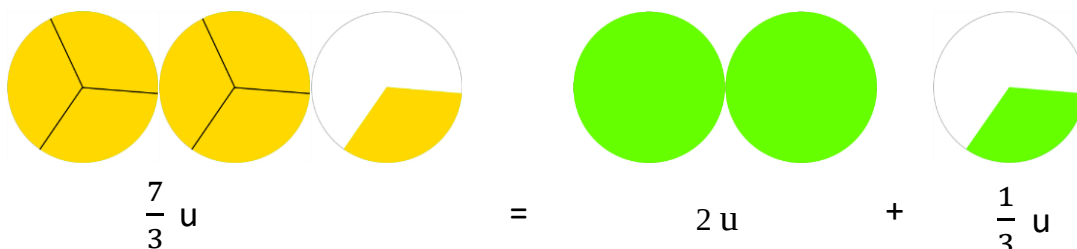
Comme dans les autres situations, la fraction décimale $\frac{1}{10}$ est proposée dans les exemples. Le cas des fractions décimales ne présente pas un saut conceptuel mais nécessite d'être abordé spécifiquement car elles sont à la base de notre système de numération. Il est évidemment plus adapté de travailler dixièmes, centièmes, millièmes à l'aide de surfaces, plutôt qu'à partir des disques.

Temps de synthèse :

Décomposition de fractions.

Toute fraction de disque peut s'écrire comme la somme de disques entiers et de fractions de disques. Pour cela, on cherche le nombre de disques entiers que l'on peut constituer avec la fraction, puis on ajoute la fraction de disque restante.

Par exemple : $\frac{7}{3} u = 2 u + \frac{1}{3} u$



[Retour sommaire](#)

Situation 17

Parmi plusieurs mesures écrites, rechercher celles qui désignent des fractions de disques égales.

Matériel

- Fractions de disques représentant des fractions de l'unité.
- Ecritures sous forme de sommes d'entiers et de fractions simples.

Objectifs

- Etablir des égalités et des décompositions de fractions.

Consigne :

« Je vais vous distribuer une feuille sur laquelle sont inscrites 6 expressions désignées par une lettre (de A à F). Chaque expression se présente sous la forme d'une somme d'unités et de fractions de l'unité.

Par exemple : $A = \frac{1}{3}u + \frac{4}{6}u$. Certaines expressions sont égales, vous devez donc trouver lesquelles le sont.

Pour y parvenir, vous pouvez utiliser les fractions de disque en plastique ou travailler mentalement. Vous pouvez aussi écrire sur une feuille tout ce qui vous semblera utile pour réaliser votre tâche. »

Attendus et commentaires :

En troisième année de cycle 3, on axera le travail sur les algorithmes de résolution et le matériel sera un outil permettant de contrôler l'activité menée mentalement ou par le calcul.

Plus tôt dans le cycle, la situation pourra permettre de préparer ces algorithmes par la manipulation ou la gestion mentale. Il n'est pas question de travailler les techniques relatives à la somme de fractions mais de permettre aux élèves de rencontrer des écritures, de manipuler physiquement ou mentalement les fractions afin de parvenir aux égalités. Le résultat de la somme n'est pas le plus important, ce sont les procédures engagées par les élèves pour établir les égalités qui nous intéressent. Les cases « corrigés » sont indiquées sur la feuille ci-dessous pour permettre aux enseignants d'accéder rapidement aux réponses. Une feuille destinée à la distribution des séries aux élèves est proposée dans les documents imprimables (Cf. fiche « Situation 17 - Support Disques »).

Validation

Les élèves ont la possibilité de recourir à la manipulation du matériel pour étayer les justifications écrites et/ou orales. La validation se fait à l'aide de ce matériel.

Autre proposition d'activité :

Trouver le plus possible d'écritures d'une fraction (par exemple : $A = \frac{9}{8}u$). La validation sera menée collectivement. Lors des échanges, l'enseignant peut demander la vérification à l'aide du matériel.

Exemple de fiche de travail : Cf. feuille proposée ci-dessous (destinée à l'enseignant).

Série A : Additions simples de $\frac{x}{3}$, $\frac{x}{6}$ et $\frac{x}{5}$, $\frac{x}{10}$, fractions inférieures à l'unité.

Série B : Additions simples supérieures à l'unité.

Série C : Additions et soustractions ; compléments à l'unité.

Série D : Additions ; numérateurs de grande taille.

Série E : Additions et soustractions.

Série F : Additions et soustractions de fraction au même dénominateur. Abstraction et règles sur les additions de fractions. Commutativité.

[Retour sommaire](#)

Série A :

$$A = \frac{1}{3}u + \frac{4}{6}u$$

$$B = \frac{3}{6}u + \frac{1}{3}u$$

$$C = \frac{2}{5}u + \frac{3}{10}u$$

$$D = \frac{4}{10}u + \frac{6}{10}u$$

$$E = \frac{1}{2}u + \frac{1}{5}u$$

$$F = \frac{1}{6}u + \frac{2}{3}u$$

Corrigé A :

$$A = 1u$$

$$B = \frac{5}{6}u$$

$$C = \frac{7}{10}u$$

$$D = 1u$$

$$E = \frac{7}{10}u$$

$$F = \frac{5}{6}u$$

Série B :

$$A = \frac{4}{6}u + \frac{4}{3}u + \frac{1}{3}u$$

$$B = \frac{1}{4}u + \frac{7}{8}u$$

$$C = \frac{2}{6}u + 2u$$

$$D = 1u + \frac{1}{8}u$$

$$E = \frac{1}{10}u + \frac{2}{5}u + \frac{6}{5}u$$

$$F = 1u + \frac{1}{2}u + \frac{2}{10}u$$

Corrigé B :

$$A = \frac{7}{3}u$$

$$B = \frac{9}{8}u$$

$$C = \frac{7}{3}u$$

$$D = \frac{9}{8}u$$

$$E = \frac{17}{10}u$$

$$F = \frac{17}{10}u$$

Série C :

$$A = 1u + \frac{2}{3}u$$

$$B = \frac{5}{8}u + \frac{3}{2}u + \frac{7}{8}u$$

$$C = 2u + \frac{5}{5}u - \frac{1}{2}u$$

$$D = \frac{3}{2}u + \frac{5}{2}u - \frac{3}{2}u$$

$$E = \frac{4}{3}u + \frac{4}{3}u + \frac{1}{3}u$$

$$F = \frac{1}{2}u + \frac{1}{3}u + \frac{2}{4}u + \frac{2}{6}u$$

Corrigé C :

$$A = \frac{5}{3}u$$

$$B = 3u$$

$$C = \frac{5}{2}u$$

$$D = \frac{5}{2}u$$

$$E = 3u$$

$$F = \frac{5}{3}u$$

Série D :

$$A = \frac{3}{2}u + \frac{5}{4}u$$

$$B = \frac{3}{2}u + \frac{3}{8}u + \frac{3}{4}u$$

$$C = \frac{5}{2}u + \frac{2}{4}u$$

$$D = 2u + \frac{3}{4}u$$

$$E = \frac{1}{2}u + \frac{1}{4}u + 1u + \frac{6}{8}u$$

$$F = \frac{22}{8}u$$

Corrigé D :

$$A = \frac{11}{4}u$$

$$B = \frac{9}{4}u$$

$$C = 3u$$

$$D = \frac{11}{4}u$$

$$E = 3u$$

$$F = \frac{9}{4}u$$

Série E :

$$A = \frac{10}{4}u - 1u - \frac{8}{10}u$$

$$B = \frac{1}{2}u - \frac{1}{6}u + \frac{1}{3}u - \frac{1}{6}u$$

$$C = \frac{3}{2}u - \frac{8}{10}u$$

$$D = 1u - \frac{1}{4}u$$

$$E = \frac{3}{5}u - \frac{1}{10}u$$

$$F = 1u - \frac{1}{6}u - \frac{1}{3}u$$

Corrigé E :

$$A = \frac{7}{10}u$$

$$B = \frac{1}{2}u$$

$$C = \frac{7}{10}u$$

$$D = \frac{3}{4}u$$

$$E = \frac{1}{2}u$$

$$F = \frac{1}{2}u$$

Série F :

$$A = \frac{15}{3}u - \frac{10}{3}u$$

$$B = \frac{4}{10}u + \frac{1}{5}u - \frac{3}{10}u$$

$$C = \frac{3}{4}u - \frac{3}{8}u + \frac{6}{6}u$$

$$D = \frac{7}{3}u - \frac{2}{3}u$$

$$E = 1u - \frac{3}{10}u - \frac{9}{10}u + \frac{5}{10}u$$

$$F = 2u - \frac{1}{8}u - \frac{5}{10}u$$

Corrigé F :

$$A = \frac{5}{3}u$$

$$B = \frac{3}{10}u$$

$$C = \frac{11}{8}u$$

$$D = \frac{5}{3}u$$

$$E = \frac{3}{10}u$$

$$F = \frac{11}{8}u$$

Situation 18

Décomposer ou simplifier une fraction

Matériel

- Bande unité commune à tous les élèves.
- Bandes prédécoupées de même largeur que les bandes à mesurer.

Dispositif

Etape 1 : Trouver et valider (avec ou sans l'aide de la construction) le plus possible d'écritures.

Une bande est distribuée aux élèves. Ils doivent trouver par construction l'ensemble des décompositions possibles de la bande proposée.

Les élèves peuvent recourir à l'écrit ou s'appuyer sur une gestion mentale.

Etape 2 : Trouver l'écriture simplifiée d'une fraction ou d'une somme de fractions (avec ou sans l'aide de la construction).

Une écriture fractionnaire est proposée aux élèves (par l'enseignant ou un pair). Ils doivent trouver par construction, l'écriture simplifiée de cette écriture.

Les élèves peuvent recourir à l'écrit ou s'appuyer sur une gestion mentale.

Attendus et commentaires :

L'objectif à travers cette activité est de donner un caractère concret aux décompositions et à la simplification de fractions en s'appuyant sur le matériel et la représentation mentale afin que le travail algorithmique proposé ensuite puisse s'exercer par l'élève avec un contrôle accru de l'activité qu'il mène.

Validation

Les élèves font des propositions qui sont notées au tableau. Ils ont la possibilité de recourir à la manipulation pour vérifier la justesse de chaque proposition.

Exemples

$$A = \frac{5}{4} u = u + \frac{1}{4} u$$

$$H = \frac{23}{8} u = 2 u + \frac{3}{4} u + \frac{1}{8} u$$

$$O = \frac{23}{4} u = 5 u + \frac{3}{4} u$$

$$B = \frac{9}{8} u = u + \frac{1}{8} u$$

$$I = \frac{32}{8} u = 4 u$$

$$P = \frac{20}{5} u = 4 u$$

$$C = \frac{5}{2} u = 2 u + \frac{1}{2} u$$

$$J = \frac{6}{6} u = u$$

$$Q = \frac{23}{5} u = 4 u + \frac{3}{5} u$$

$$D = \frac{9}{2} u = 4 u + \frac{1}{2} u$$

$$K = \frac{12}{2} u = 6 u$$

$$R = \frac{11}{7} u = u + \frac{4}{7} u$$

$$E = \frac{13}{4} u = 3 u + \frac{1}{4} u$$

$$L = \frac{12}{6} u = 2 u$$

$$S = \frac{13}{10} u = 1 u + \frac{3}{10} u$$

$$F = \frac{11}{8} u = u + \frac{3}{8} u$$

$$M = \frac{14}{7} u = 2 u$$

$$T = \frac{28}{10} u = 2 u + \frac{4}{5} u$$

$$G = \frac{13}{8} u = u + \frac{1}{2} u + \frac{1}{8} u$$

$$N = \frac{19}{6} u = 3 u + \frac{1}{6} u$$

$$U = \frac{129}{10} u = 10 u + \frac{4}{5} u + \frac{1}{10} u$$

[Retour sommaire](#)

Situation 19

Etablir des égalités. Décomposer une fraction. Passer d'une écriture à une autre.

Matériel

- Fractions de disques en plastique
- Bandes unités
- Cartes

Objectifs

- Etablir des égalités entre différentes écritures de fractions ou de sommes de fractions.
- Décomposer une fraction (avec ou sans l'aide de la construction).
- Sommes de fractions.

Attendus et commentaires :

Cette situation va permettre de travailler l'ensemble des compétences et des connaissances envisagées dans les situations. Les élèves pourront être amenés à utiliser les égalités, à décomposer ou simplifier des fractions. Ils aborderont aussi de façon plus ou moins directe les sommes, les simplifications ou les multiples de fractions. De même, certaines écritures seront une entrée vers les fractions décimales. C'est l'enseignant qui choisira la mise en œuvre de la situation et qui par ce choix établira un niveau d'expertise.

Dans la gestion des différentes propositions, il est intéressant que les élèves puissent recourir le plus souvent possible à une gestion mentale, qu'ils utilisent des faits numériques acquis lors des situations précédentes. Il reste néanmoins important qu'ils aient accès au matériel de leur choix (bandes ou disques) pour chercher, ou pour valider un résultat.

3 propositions : (dans chacune d'entre elles, il est possible de s'appuyer sur la liste fournie ci-dessous.)

1. Une écriture fractionnaire est proposée aux élèves. Ils doivent trouver une décomposition de la fraction proposée ou au contraire la fraction égale à une somme de fractions et/ou d'unités.
Dans les variables possibles, il faut envisager le recours au matériel, à l'écrit ou s'appuyer sur une gestion mentale.
2. Le compte est bon.
L'enseignant propose une fraction cible. Les élèves doivent atteindre la cible à l'aide de nombres, de fractions et d'opérations.
Ex : (Atteindre $\frac{11}{6}u$ avec $\frac{1}{6}u$; + ; - ; 2 u)
Il est possible d'utiliser une même fraction plusieurs fois. Dans l'exemple ci-dessus, il est par exemple possible de répondre $\frac{1}{6}u + \dots + \frac{1}{6}u$, 11 fois.
3. Jeu de cartes
Les élèves sont placés en petits groupes. Ils ont un jeu de cartes. Les cartes sont assemblables par paires.

Les paires sont les suivantes : 1-16 ; 8-5 ; 3-9 ; 4-15 ; 22-2 ; 24-39 ; 42-6 ; 25-27 ; 19-40 ; 30-33 ; 17-38 ; 10-26 ; 32-18 ; 35-20 ; 7-37 ; 12-31 ; 14-41 ; 21-36 ; 23-11 ; 13-28 ; 29-34.

Il est donc possible de réduire le nombre de cartes à l'aide des numéros inscrits en bas à droite des cartes.

Exemples

$$A = \frac{4}{3}u = 1u + \frac{1}{3}u$$

$$H = \frac{23}{8}u = 2u + \frac{3}{4}u + \frac{1}{8}u$$

$$O = \frac{23}{10}u = 2u + \frac{3}{10}u$$

$$B = \frac{13}{10}u = 1u + \frac{3}{10}u$$

$$I = \frac{18}{3}u = 6u$$

$$P = \frac{18}{5}u = 3u + \frac{3}{5}u$$

$$C = \frac{9}{6}u = 1u + \frac{1}{2}u$$

$$J = \frac{5}{5}u = 1u$$

$$Q = \frac{23}{5}u = 4u + \frac{3}{5}u$$

$$D = \frac{17}{5}u = 3u + \frac{2}{5}u$$

$$K = \frac{12}{6}u = 2u$$

$$R = \frac{13}{8}u = 1u + \frac{5}{8}u$$

$$E = \frac{11}{4}u = 2u + \frac{3}{4}u$$

$$L = \frac{30}{10}u = 3u$$

$$S = \frac{39}{10}u = 3u + \frac{9}{10}u$$

$$F = \frac{11}{10}u = 1u + \frac{1}{10}u$$

$$M = \frac{21}{7}u = 3u$$

$$T = \frac{145}{10}u = 14u + \frac{5}{10}u$$

$$G = \frac{11}{6}u = 1u + \frac{2}{3}u + \frac{1}{6}u$$

$$N = \frac{36}{4}u = 9u$$

$$U = \frac{286}{10}u = 28u + \frac{6}{10}u$$

[Retour sommaire](#)

Situation 20

Approche des sommes de fractions. Calculer des sommes.

Matériel

- Enveloppe contenant des fractions de disques imprimées.
- Fractions de disques en plastique.

Objectifs

- Approcher et / ou calculer des sommes de fractions.

Attendus et commentaires :

Les objectifs des séances relatives à cette situation dépendent grandement de moment où elle sera proposée aux élèves. En troisième année de cycle 3, on axera le travail sur le calcul de somme et le matériel sera un outil permettant de contrôler l'activité menée mentalement ou par le calcul. Plus tôt dans le cycle, la situation pourra permettre d'aborder la somme par la manipulation.

Concernant les fractions qui sont proposées dans cette situation : la progression proposée est un facteur déterminant dans la réussite des élèves. Il convient donc de proposer les écritures dans l'ordre alphabétique.

Déroulement / Organisation (Cf. fiche « Situation 20 - Support Disques »)

L'enseignant écrit au tableau une série d'écritures chiffrées. (Ex : $A = \frac{1}{2}u + \frac{1}{4}u + \frac{1}{8}u$, $B = \dots$). Pour chacune d'entre elles, les élèves doivent résoudre l'opération pour déterminer la fraction égale.

(Dans le cas de l'exemple : $A = \frac{7}{8}u$).

Pour déterminer les égalités, ils ont à leur disposition les fractions de disque en plastique. Les élèves écrivent chacun des résultats sur une feuille (ils peuvent aussi représenter les secteurs. Lorsqu'ils ont déterminé chacun des résultats, ils ouvrent la seconde enveloppe qui contient les fractions de disques imprimées.

Liste des fractions proposées dans la fiche 20.1 :

$A = \frac{1}{2}u + \frac{1}{4}u + \frac{1}{8}u$	$B = \frac{1}{3}u + \frac{1}{6}u + \frac{1}{4}u$	$C = \frac{1}{5}u + \frac{1}{10}u$	$D = \frac{2}{3}u + \frac{1}{6}u$	$E = \frac{1}{2}u + \frac{1}{5}u$
$A = \frac{7}{8}u$	$B = \frac{3}{4}u$	$C = \frac{3}{10}u$	$D = \frac{5}{6}u$	$E = \frac{7}{10}u$

Liste des fractions proposées dans la fiche 20.2 :

$F = \frac{3}{10}u + \frac{4}{5}u$	$G = \frac{2}{3}u + \frac{2}{6}u + \frac{2}{4}u$	$H = \frac{3}{5}u + \frac{4}{10}u$	$I = \frac{6}{10}u + \frac{3}{5}u$	$J = \frac{7}{5}u + \frac{4}{10}u + \frac{1}{5}u$
$F = \frac{11}{10}u$	$G = \frac{3}{2}u$	$H = 1u$	$I = \frac{6}{5}u$	$J = 2u$

Variable

La valeur du résultat de la somme est une variable intéressante : (Somme <1 , $=1$ ou >1).

Auto-validation

La validation se fera par superposition des disques imprimés avec les fractions de disques en plastique utilisés pour trouver la fraction égale.

[Retour sommaire](#)

Situation 21

Encadrer une fraction entre 2 fractions

Matériel

- Fractions de disques imprimées (tous les 7èmes : $\frac{1}{7}u$, $\frac{2}{7}u$, ..., $\frac{6}{7}u$)
- Fractions de disques en plastique.

Objectifs

- Encadrer une fraction.

Attendus et commentaires :

Cette situation va s'appuyer fortement sur la manipulation. Les fractions proposées ont l'intérêt de ne pas être des multiples des autres fractions mises à disposition des élèves. Ce n'est pas l'accès à une connaissance précise de la fraction $\frac{1}{7}$ ou de ses multiples qui est visée mais l'activité de comparaison et d'encadrement. Le tableau fourni ci-dessous permet à l'enseignant d'avoir accès à l'ensemble des réponses rapidement.

Déroulement / Organisation (Cf. fiche « Situation 21 - Support Disques »)

Les élèves ont devant eux une planche présentant des fractions de disques.

Etape 1 :

Consigne :

« Vous allez devoir encadrer la mesure de chaque fraction de disque imprimée. Vous devrez utiliser des fractions identiques pour encadrer chaque portion de disque (par exemple entre 4 et 5 fois $\frac{1}{8}u$). Vous ferez plusieurs propositions. Vous écrirez vos propositions d'encadrement sur feuille. Ensuite, la classe validera les différentes propositions pour chaque fraction de disque imprimée. »

Etape 2 :

Consigne :

« Vous allez devoir encadrer la mesure de chaque fraction de disque imprimée. Vous devrez utiliser des fractions consécutives pour encadrer chaque portion de disque (par exemple entre $\frac{1}{6}u$ et $\frac{1}{5}u$). Vous écrirez vos réponses sur feuille. »

Validation

La validation est menée collectivement. Des élèves font des propositions et les autres vérifient, au besoin à l'aide du matériel.

Il est intéressant de mener avec les élèves une réflexion autour de la valeur de chaque pièce qui a été mesurée en prenant appui sur les différentes comparaisons entre les pièces et sur le rapport proportionnel qui lie les 6 pièces.

[Retour sommaire](#)

		Etape 2	Etape 1						
			$\frac{1}{2}u$	$\frac{1}{3}u$	$\frac{1}{4}u$	$\frac{1}{5}u$	$\frac{1}{6}u$	$\frac{1}{8}u$	$\frac{1}{10}u$
A	$\frac{1}{7}u$	$\frac{1}{8} < \frac{1}{7} < \frac{1}{6}$	$0 < \frac{1}{7} < \frac{1}{2}$	$0 < \frac{1}{7} < \frac{1}{3}$	$0 < \frac{1}{7} < \frac{1}{4}$	$0 < \frac{1}{7} < \frac{1}{5}$	$0 < \frac{1}{7} < \frac{1}{6}$	$\frac{1}{8} < \frac{1}{7} < 1$	$\frac{1}{10} < \frac{1}{7} < 1$
B	$\frac{2}{7}u$	$\frac{1}{4} < \frac{2}{7} < \frac{1}{3}$	$0 < \frac{2}{7} < \frac{1}{2}$	$0 < \frac{2}{7} < \frac{1}{3}$	$\frac{1}{4} < \frac{2}{7} < \frac{2}{4}$	$\frac{1}{5} < \frac{2}{7} < \frac{2}{5}$	$\frac{1}{6} < \frac{2}{7} < \frac{2}{6}$	$\frac{2}{8} < \frac{2}{7} < \frac{3}{8}$	$\frac{2}{10} < \frac{2}{7} < \frac{3}{10}$
C	$\frac{3}{7}u$	$\frac{1}{3} < \frac{3}{7} < \frac{1}{2}$	$0 < \frac{3}{7} < \frac{1}{2}$	$\frac{1}{3} < \frac{3}{7} < \frac{2}{3}$	$\frac{1}{4} < \frac{3}{7} < \frac{2}{4}$	$\frac{2}{5} < \frac{3}{7} < \frac{3}{5}$	$\frac{2}{6} < \frac{3}{7} < \frac{3}{6}$	$\frac{3}{8} < \frac{3}{7} < \frac{4}{8}$	$\frac{4}{10} < \frac{3}{7} < \frac{5}{10}$
D	$\frac{4}{7}u$	$\frac{1}{2} < \frac{4}{7} < 1$	$\frac{1}{2} < \frac{4}{7} < \frac{2}{2}$	$\frac{1}{3} < \frac{4}{7} < \frac{2}{3}$	$\frac{2}{4} < \frac{4}{7} < \frac{3}{4}$	$\frac{2}{5} < \frac{4}{7} < \frac{3}{5}$	$\frac{3}{6} < \frac{4}{7} < \frac{4}{6}$	$\frac{4}{8} < \frac{4}{7} < \frac{5}{8}$	$\frac{5}{10} < \frac{4}{7} < \frac{6}{10}$
E	$\frac{5}{7}u$	$\frac{1}{2} < \frac{5}{7} < 1$	$\frac{1}{2} < \frac{5}{7} < \frac{2}{2}$	$\frac{2}{3} < \frac{5}{7} < \frac{3}{3}$	$\frac{2}{4} < \frac{5}{7} < \frac{3}{4}$	$\frac{3}{5} < \frac{5}{7} < \frac{4}{5}$	$\frac{4}{6} < \frac{5}{7} < \frac{5}{6}$	$\frac{5}{8} < \frac{5}{7} < \frac{6}{8}$	$\frac{7}{10} < \frac{5}{7} < \frac{8}{10}$
F	$\frac{6}{7}u$	$\frac{1}{2} < \frac{6}{7} < 1$	$\frac{1}{2} < \frac{6}{7} < \frac{2}{2}$	$\frac{2}{3} < \frac{6}{7} < \frac{3}{3}$	$\frac{3}{4} < \frac{6}{7} < \frac{4}{4}$	$\frac{4}{5} < \frac{6}{7} < \frac{5}{5}$	$\frac{5}{6} < \frac{6}{7} < \frac{6}{6}$	$\frac{6}{8} < \frac{6}{7} < \frac{7}{8}$	$\frac{8}{10} < \frac{6}{7} < \frac{9}{10}$

